

ESTABILIDAD DE TALUDES CÁLCULO



Luis Ortuño Abad
Uriel & Asociados, S.A.
E.T.S.I.C.C.P.
Universidad Politécnica de Madrid

- 1.- Introducción. Objetivos.**
- 2.- Métodos de cálculo**
- 3.- Conceptos básicos. Resistencia y seguridad.**
- 4.- Metodología básica de proyecto. Clasificaciones.**
- 5.- Métodos de equilibrio límite.**
 - Talud indefinido**
 - Círculo de rozamiento**
 - Abacos**
 - Métodos de rebanadas**
 - Consideraciones finales**

- 1.- Evaluar la seguridad de laderas y taludes existentes.
- 2.-Proyectar nuevos taludes.
- 3.-Analizar y reparar taludes.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Incógnitas:

6 tensiones, 6 deformaciones, 3 desplazamientos.

Ecuaciones:

- 1.- Ecuaciones de equilibrio (3)
- 2.- Ecuaciones de compatibilidad (6)
- 3.- Relación constitutiva (6)

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0$$

Equilibrio

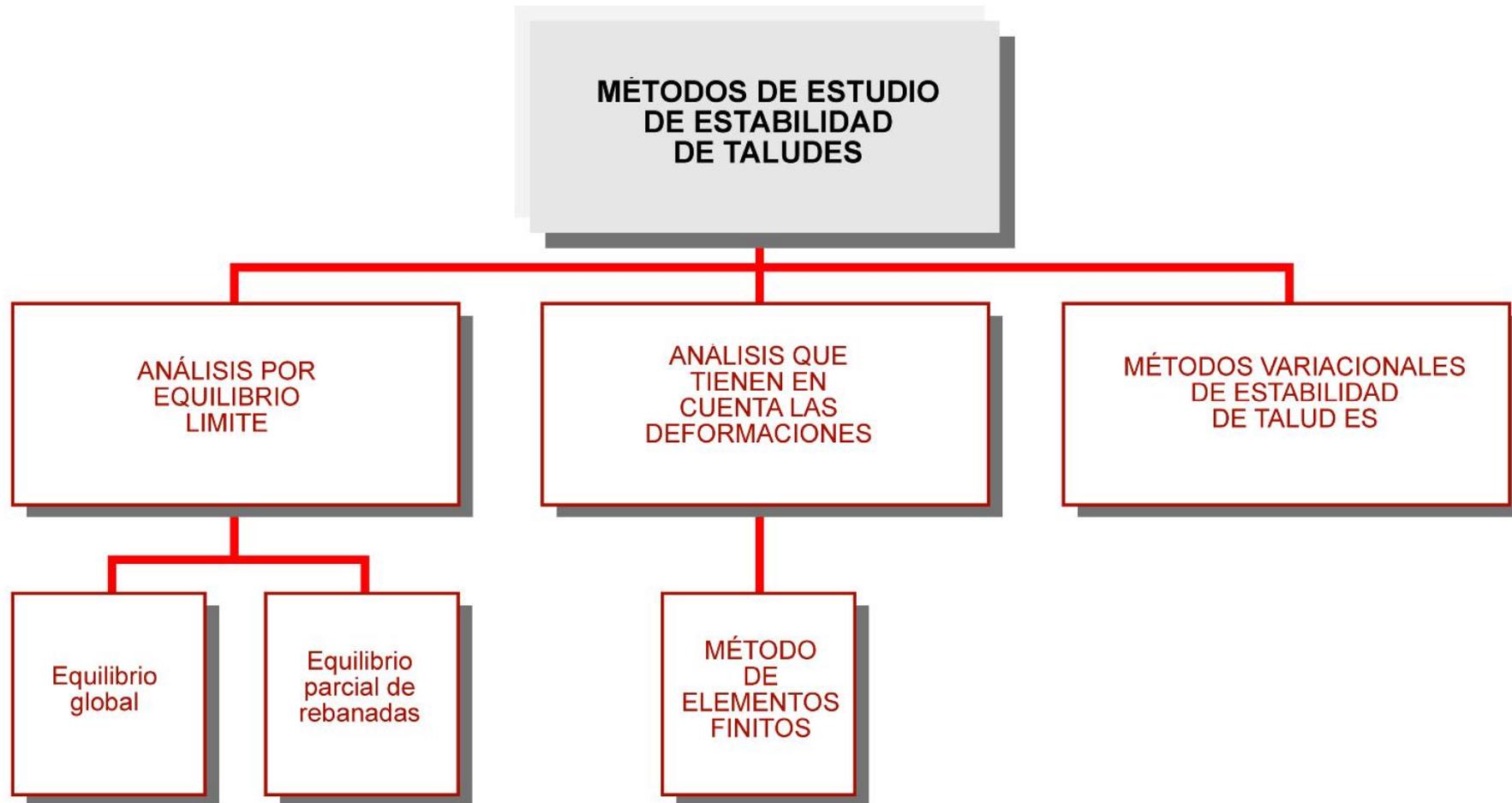
$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}; \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}; \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}$$

Compatibilidad

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{bmatrix} = D(6 \times 6) \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix}$$

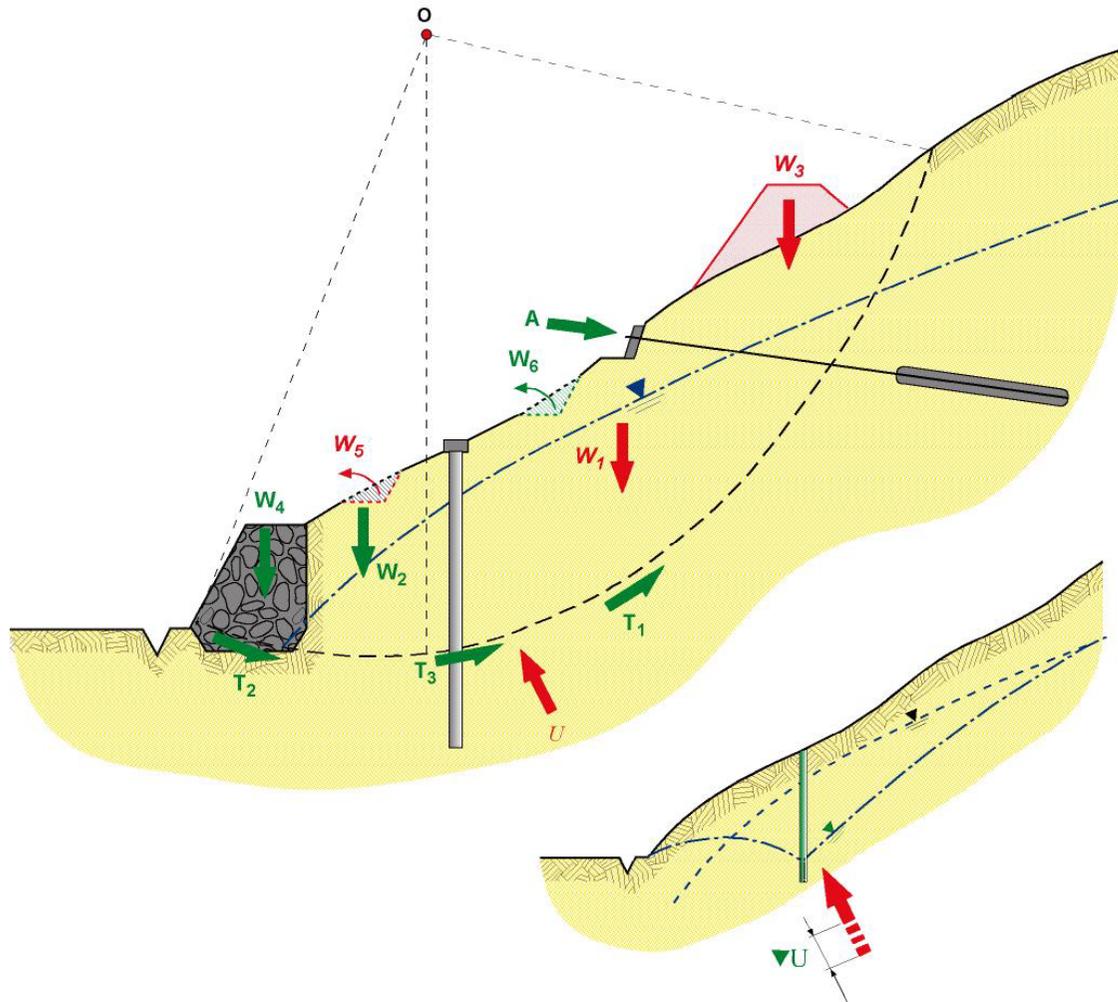
Ecuación constitutiva



Tomada de Olalla, C. (1999)

	E. F.	Análisis límite		Eq. Límite
		Cota inferior	Cota superior	
Equilibrio	SI	SI	NO	SI (en "grande")
Compatibilidad	SI	NO	SI	NO
Cond. Contorno	SI	SI (FUERZAS EX.)	SI (CORRIMIENTOS)	SI (fuerzas)
Modelo constitutivo	Cualquiera	<ul style="list-style-type: none"> ■ Plasticidad perfecta ■ Mohr - Coulomb 		Mohr – Coulomb en la superficie de rotura.
Inf. Previa al colapso	SI	NO		NO
Comentarios	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Muy potentes ▪ Definición de seguridad ? ▪ Ecuación constitutiva ? 	<ul style="list-style-type: none"> ■ Cota superior: <ul style="list-style-type: none"> - estimación "insegura" de la carga de rotura. - Subestima la resistencia en análisis retrospectivo 		<ul style="list-style-type: none"> ■ Muy simple ■ Parte y depende de la forma de rotura (bueno para back-analysis) ■ No se sabe si es una estimación segura o insegura

VARIABLES QUE RIGEN LA ESTABILIDAD



ESTABILIZADORES

- T_1 : Resistencia al corte del terreno.
- W_2 : Pesos que originan "momento estabilizador".
- W_4 : Pesos que aumentan el "momento estabilizador".
- W_6 : Excavaciones que reducen el "momento volcador".
- T_2 : Aumento local de resistencia al corte (mejor material).
- T_3, A : Fuerzas estabilizadoras externas.
- ∇U : Reducción de la presión de agua.

DESESTABILIZADORES

- W_1, W_3 : Pesos que originan "momento volcador".
- U : Presión de agua.
- W_5 : Excavacion que reduce el "momento estabilizador".

LAS DOS CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES DEL TERRENO:

- RESISTENCIA AL CORTE
- AGUA (PRESIONES INTERSTICIALES)

Depende de la naturaleza, estructura, historia de tensiones, presión intersticial, nivel de deformaciones, etc.

CRITERIO DE ROTURA DE MOHR-COULOMB

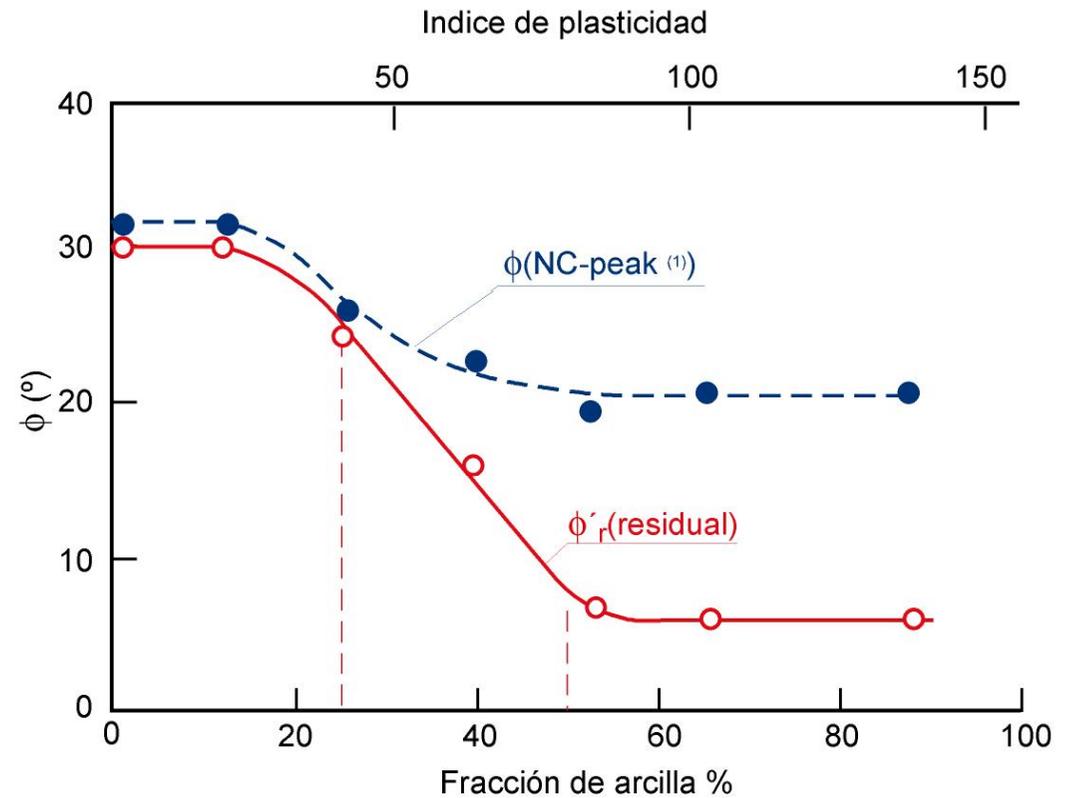
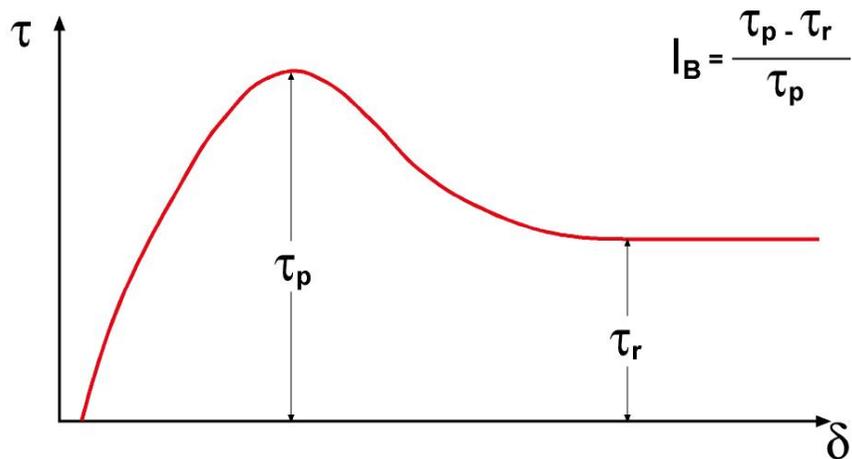
Condiciones drenadas

$$\tau_f = c' + (\sigma - u) \cdot \tan \phi'$$

Condiciones sin drenaje

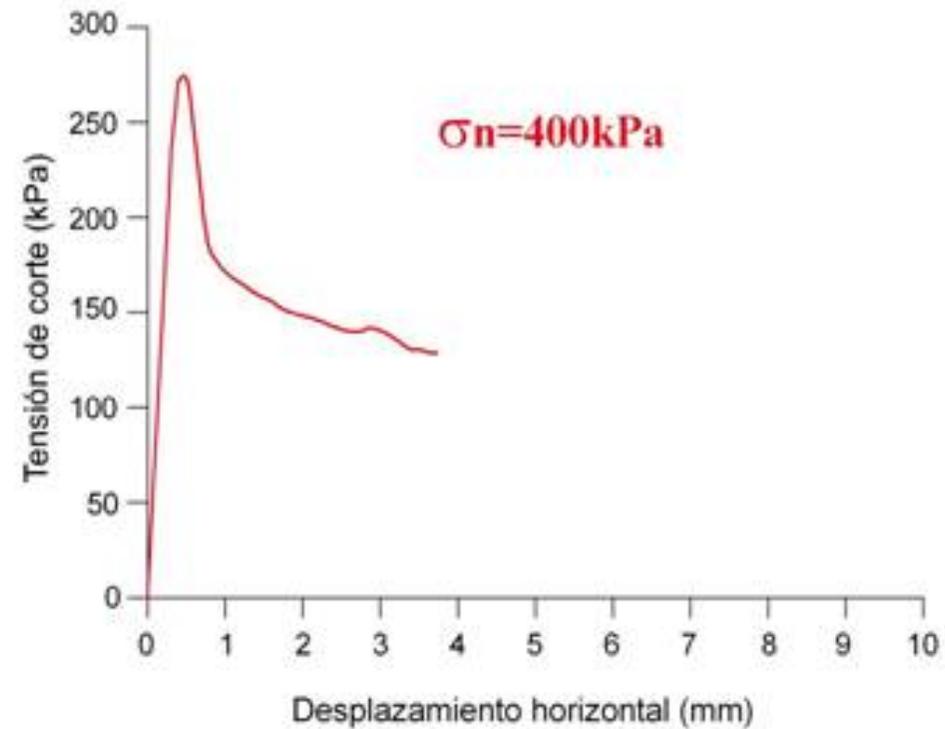
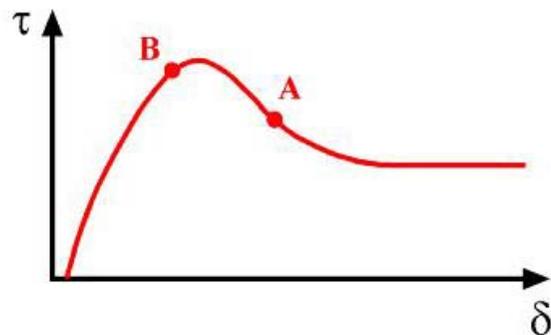
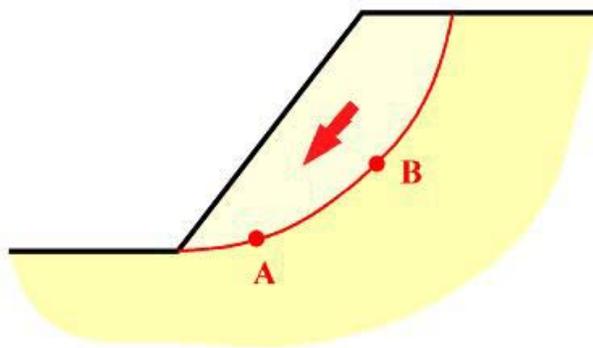
$$\tau_f = S_u$$

Dependencia de las deformaciones. Fragilidad.



⁽¹⁾ Resistencia de pico de la arcilla normalmente consolidada (\approx resistencia en estado "crítico")

Dependencia de las deformaciones. Fragilidad.

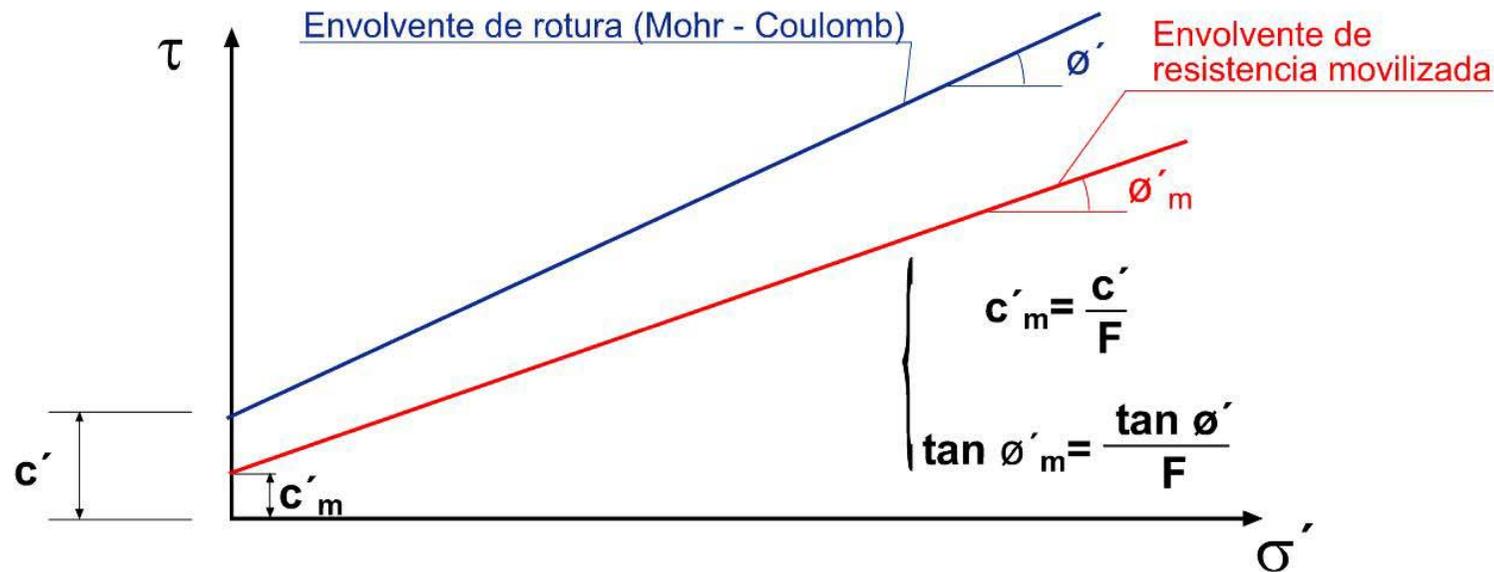


Tomada de Alonso, E. et al. (2003)

Resistencia movilizada para alcanzar el equilibrio estricto.

$$\tau_{\text{movilizada}} = \frac{\tau_f}{F}$$

Condiciones drenadas $\tau_m = \frac{c'}{F} + (\sigma - u) \cdot \frac{\tan \phi'}{F} = c'_m + (\sigma - u) \cdot \tan \phi'_m$



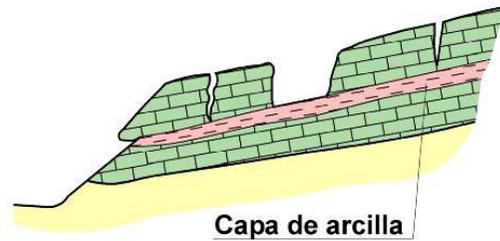
Condiciones sin drenaje

$$S_{u_m} = \frac{S_u}{F}$$

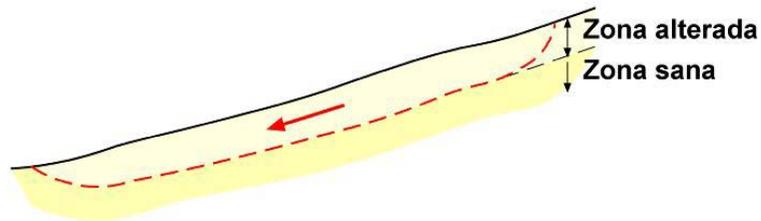
Cuando se estudia la estabilidad de un talud con métodos de equilibrio límite resulta necesario en la mayoría de las ocasiones postular unas determinadas superficies de deslizamiento potencial, de las que se calcula su coeficiente de seguridad.

Por ello, con el fin de enfocar adecuadamente los procesos de selección de mecanismos de rotura potenciales, de obtención de parámetros a emplear en el diseño e incluso de los métodos de cálculo a emplear en cada caso, resulta interesante distinguir y clasificar los tipos de inestabilidad más habituales

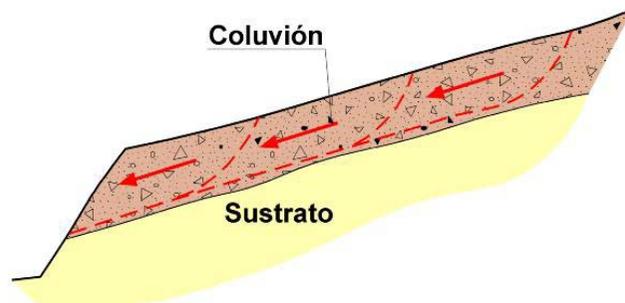
DESLIZAMIENTOS TRASLACIONALES



- Existencia de capas débiles



- Existencia de un espesor alterado (Meteorización)



- Coluviones sobre sustrato existente

DESLIZAMIENTOS TRASLACIONALES

Autovía de El Cueto (Oviedo)



DESLIZAMIENTOS TRASLACIONALES

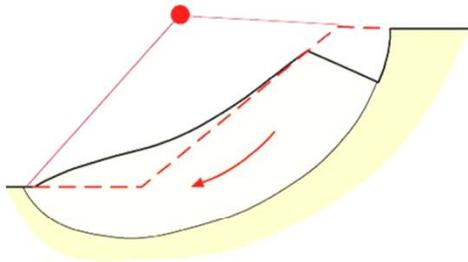
Zalea, Ardales. (Málaga)





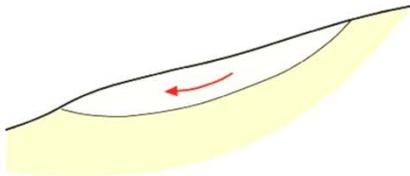
DESLIZAMIENTOS ROTACIONALES Y COMPUESTOS

ROTACIONALES



CIRCULAR

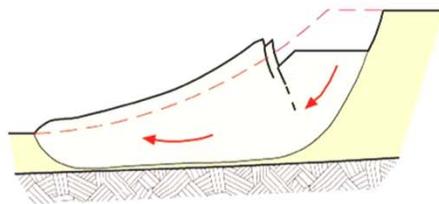
- Terreno homogéneo (arcillas).
- Zona alta poco "rota" (bloque).



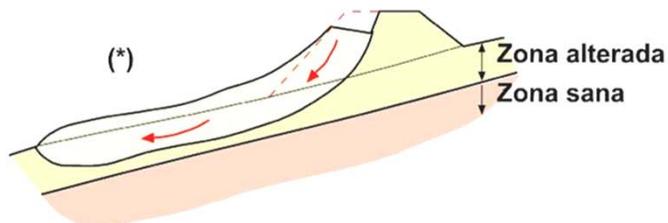
CIRCULARES "SOMEROS"

- Típico de formaciones arcillosas alteradas o mantos coluviales.

COMPUESTOS



- Suelen reflejar la presencia de una heterogeneidad a escasa profundidad (circular - traslacional).
- Zona de alteración.
- Cambio litológico.



DESLIZAMIENTOS ROTACIONALES Y COMPUESTOS

Ubeda (Jaen)



Morón-Pruna (Sevilla). Círculo de talud



Perimetral Guayaquil (pie aflorante)

DESLIZAMIENTOS ROTACIONALES Y COMPUESTOS



**MONDA – COÍN
(MÁLAGA)**

DESLIZAMIENTOS ROTACIONALES Y COMPUESTOS

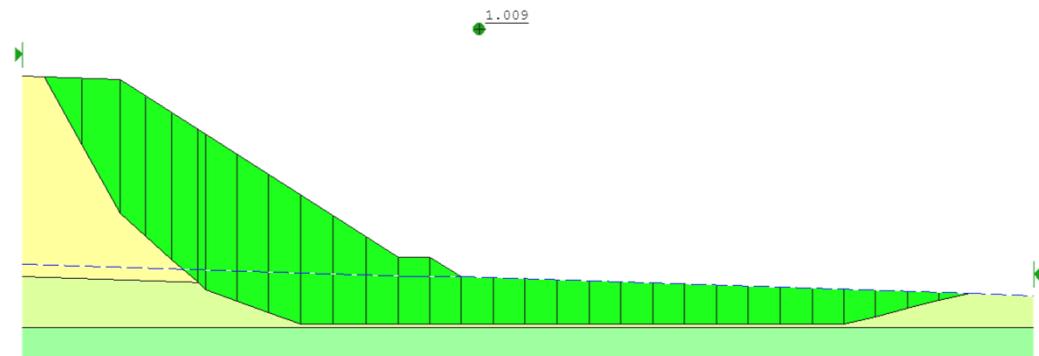


A-92. ALFACAR (GRANADA)

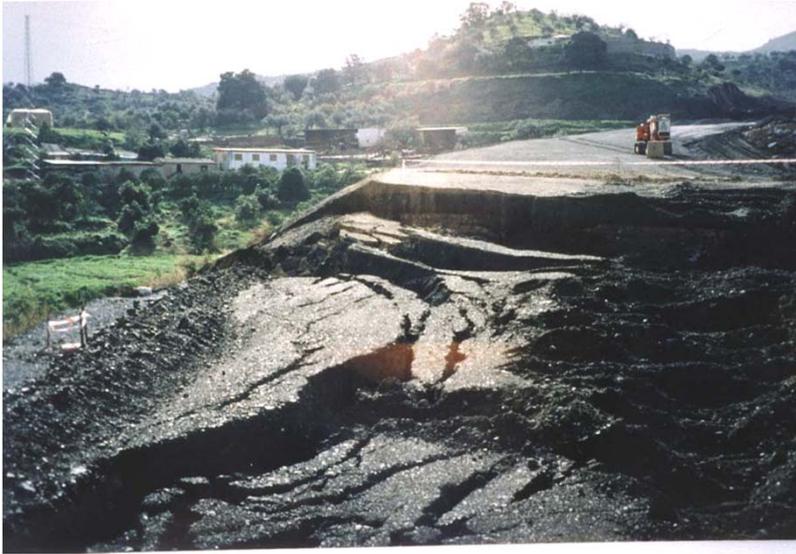
CLASIFICACIONES GEOMORFOLÓGICAS



A-92. ALFACAR (GRANADA)



DESLIZAMIENTOS ROTACIONALES Y COMPUESTOS



MONDA-COÍN (MALAGA)



Estabilidad de Taludes. Cálculo.



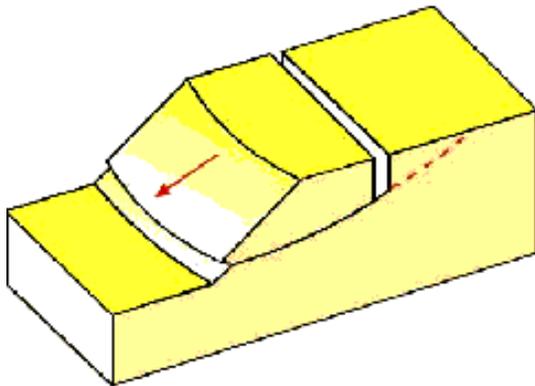
lortuno@urielyasociados.es

Prof. Luis Ortuño Abad

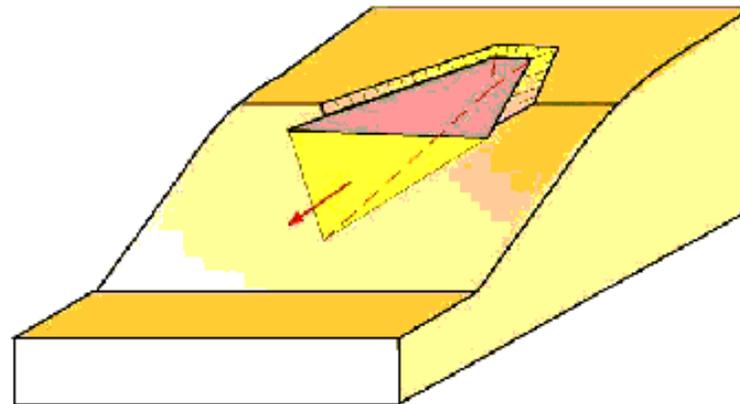
Y QUE LAS ROCAS DAN TANTOS PROBLEMAS COMO LOS SUELOS

SIEMPRE A TRAVÉS DE DISCONTINUIDADES (ESTRATIFICACIÓN
O DIACLASAS)

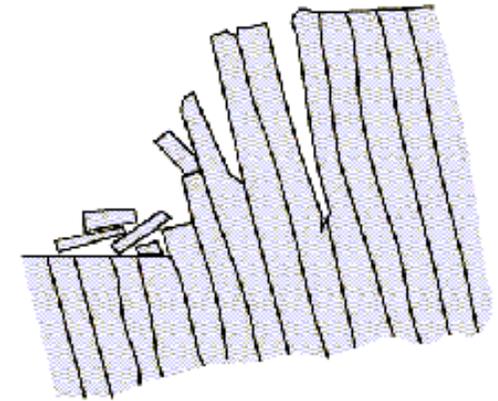
BLOQUES



CUÑAS



VUELCO



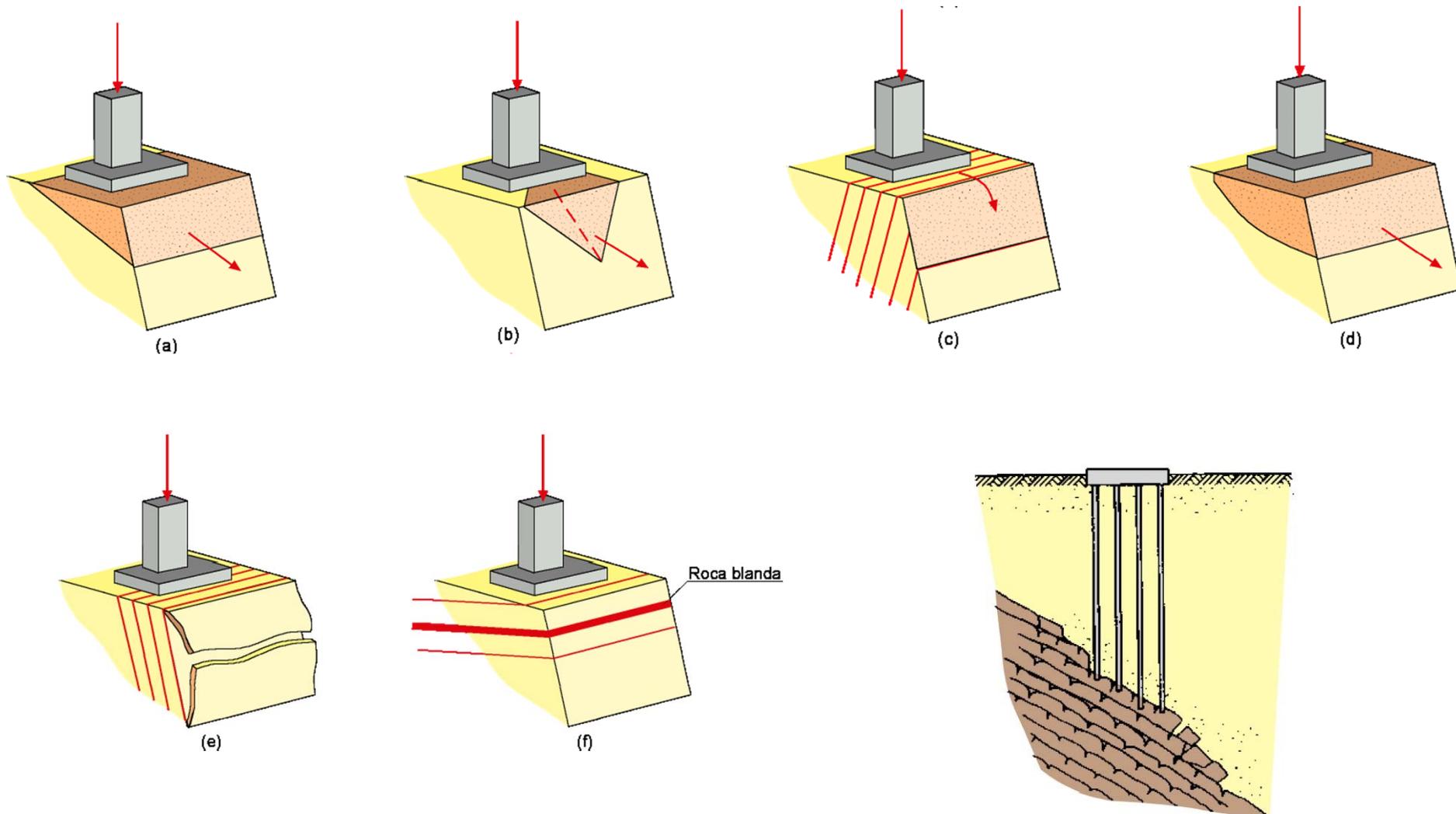
Y QUE LAS ROCAS DAN TANTOS PROBLEMAS COMO LOS SUELOS



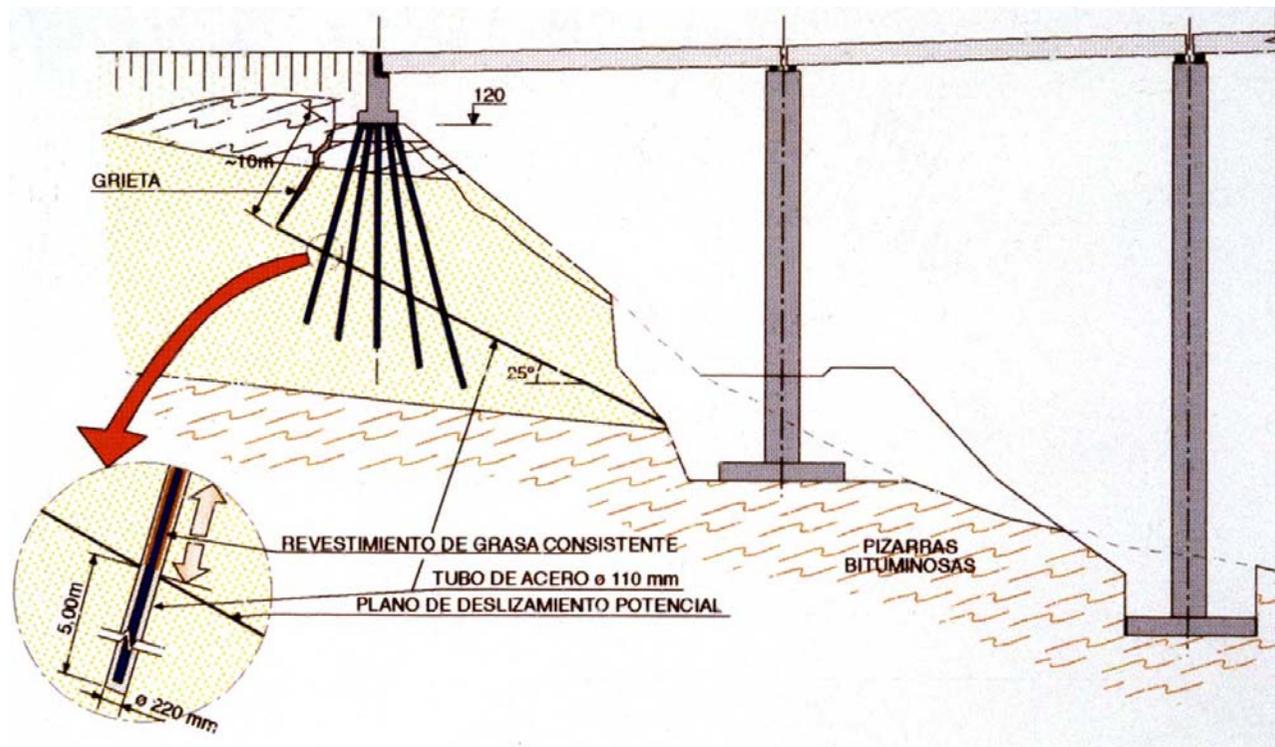
URIEL & ASOCIADOS
S.A. DE INGENIERIA GEOTECNICA



Cimentaciones sobre taludes rocosos. Cuestiones a considerar. Estabilidad y deformabilidad

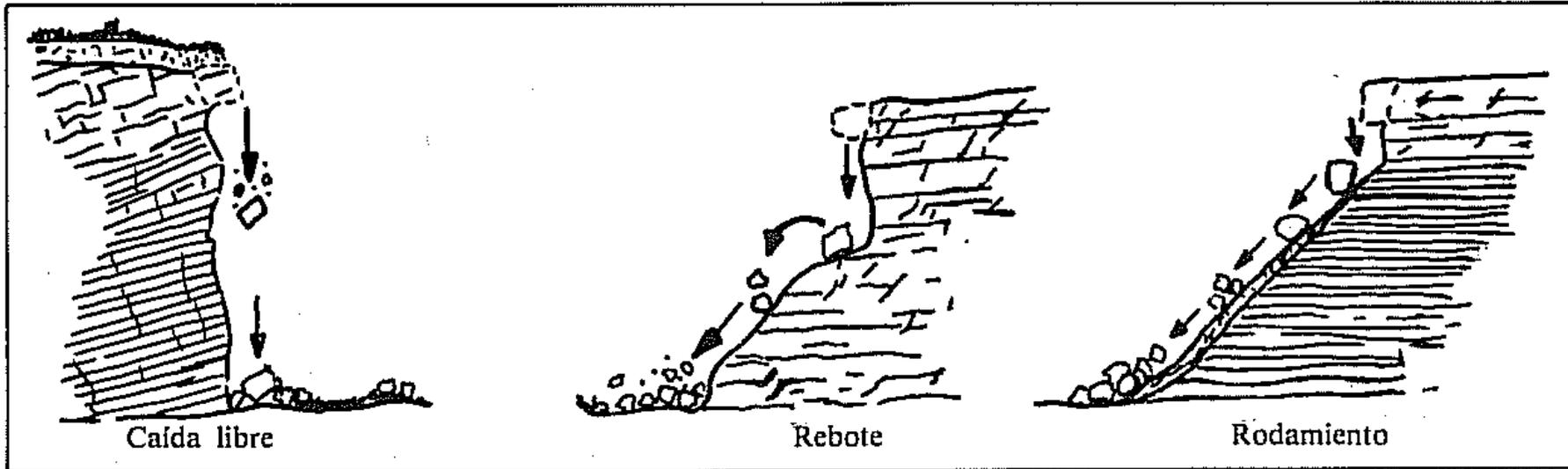


Viaducto Mayorazgo. Ronda Este de Málaga



- Bético Interno. Mantos de cabalgamiento.
- Areniscas y pizarras sobre pizarras.
- Al excavar apareció grieta antigua
- Inestabilidad en la excavación de alguna pila
- Cimentación del estribo revisada

EL ÚLTIMO GRUPO. LOS DESPRENDIMIENTOS



A) Según la historia y estructura del suelo

1.- Primeros deslizamientos (terreno “no fallado” previamente)

Resistencia próxima a la de “pico”

2.- Deslizamientos a favor de superficies de rotura preexistentes

Resistencia en condiciones residuales

3.- Otros tipos de degradación de resistencia

Ejemplo de caída a residual

AP-7, PK 44. GERONA (30 años en servicio)



24-MAYO-2004

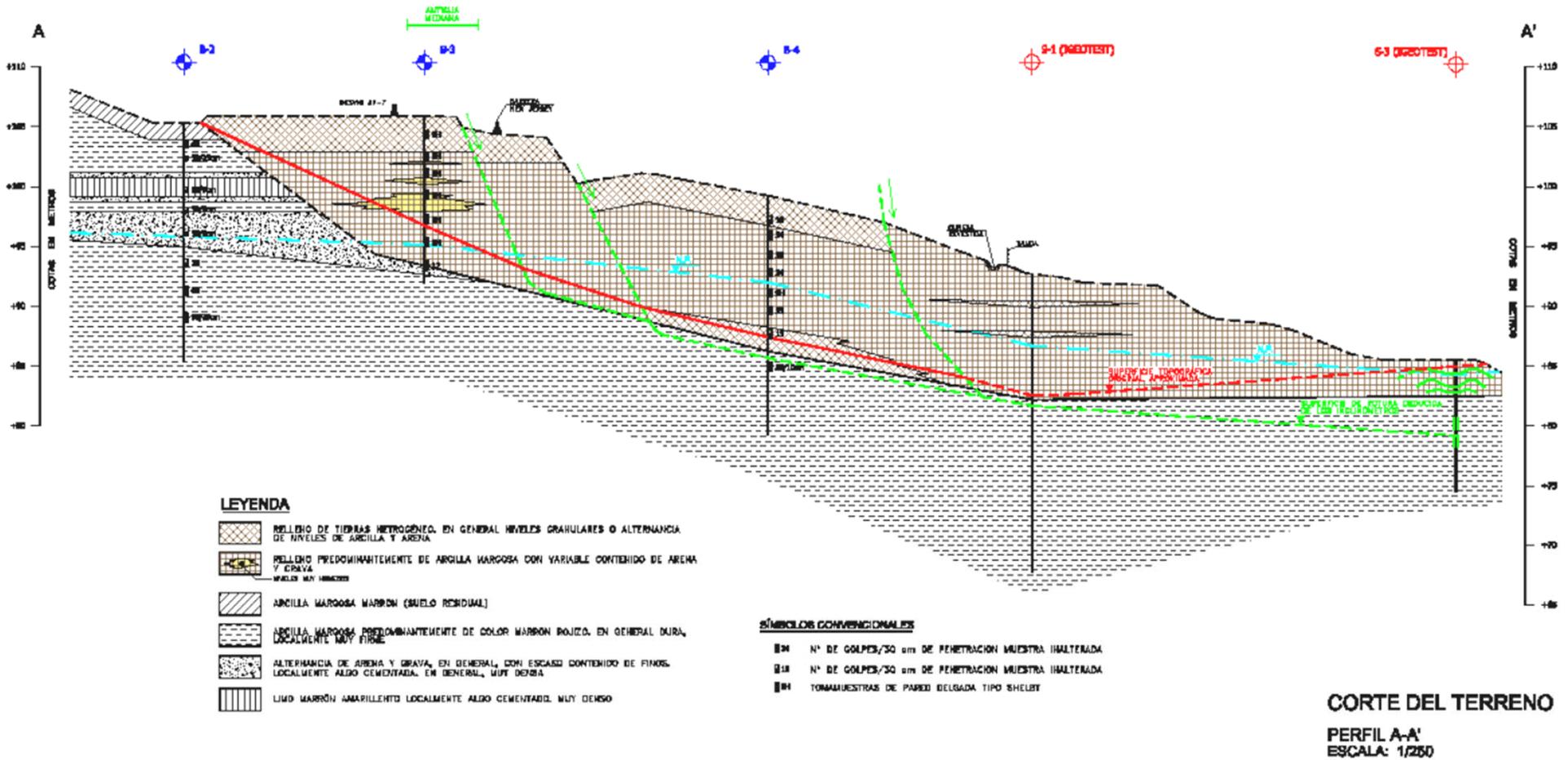


31-MAYO-2004

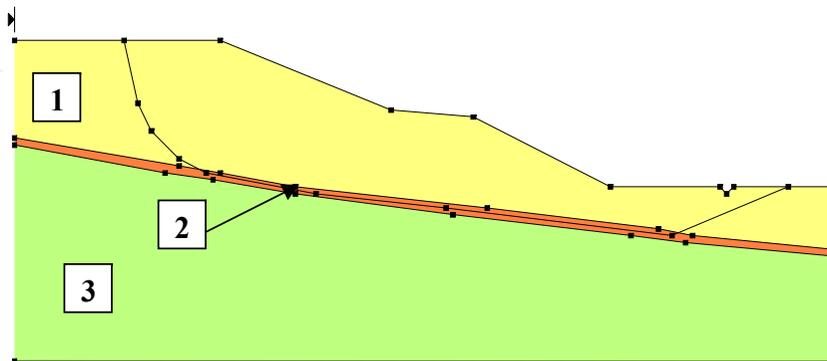
Ejemplo de caída a residual



URIEL & ASOCIADOS
S.A. DE INGENIERIA GEOTECNICA

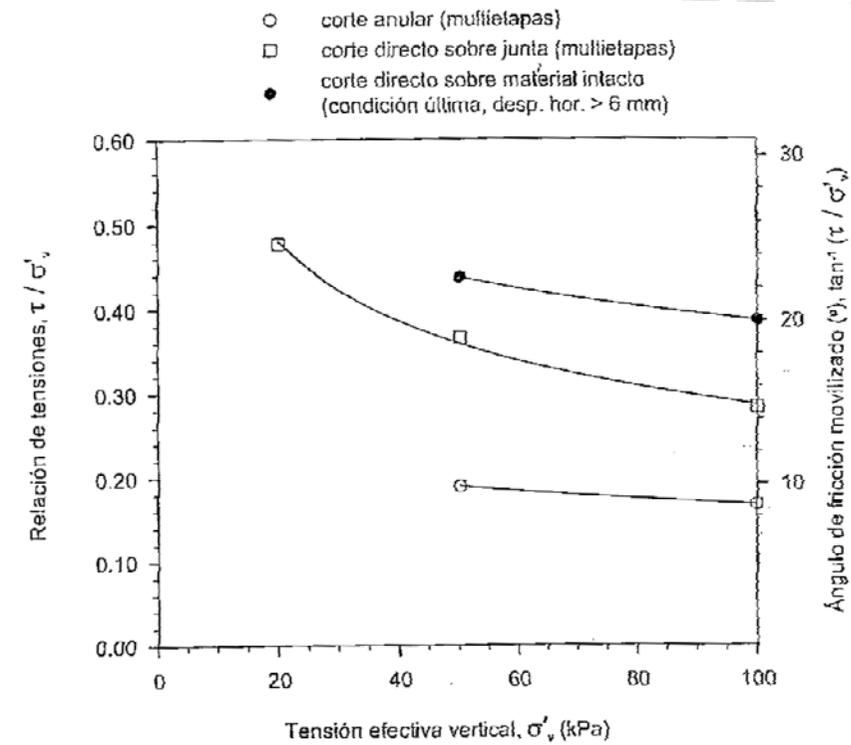
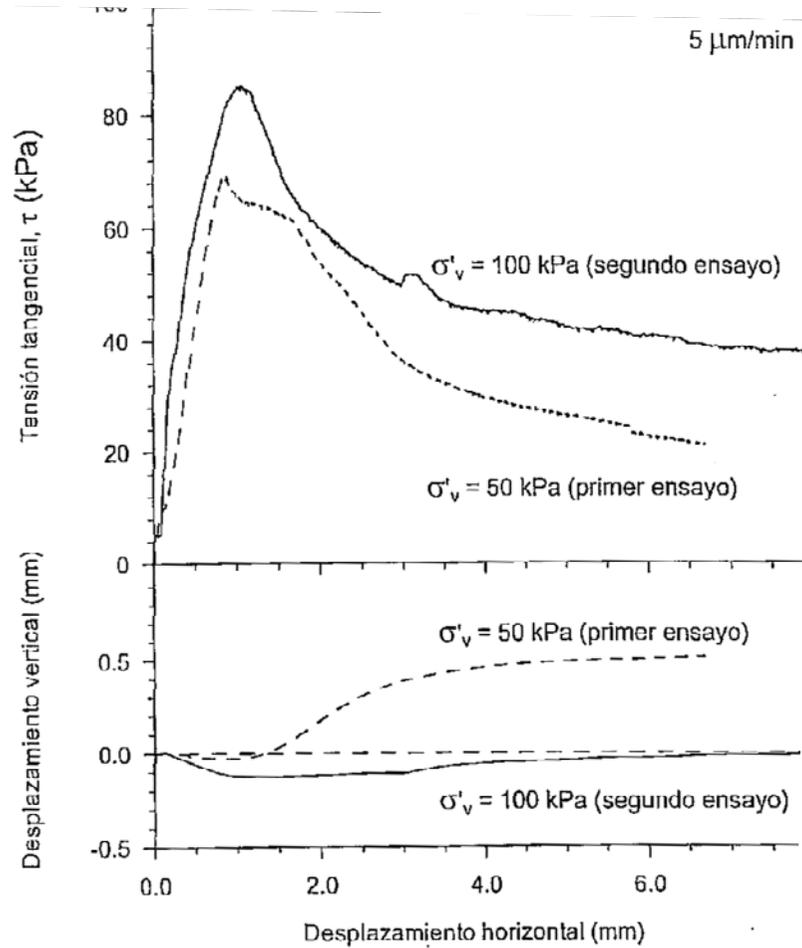


JOLSA



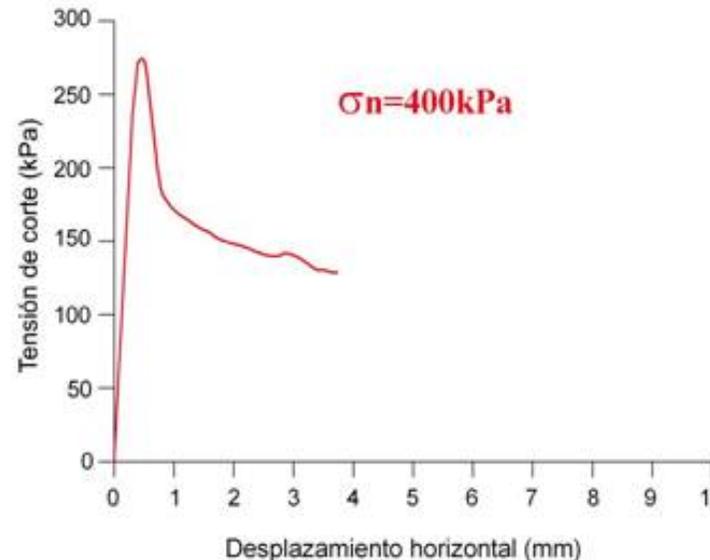
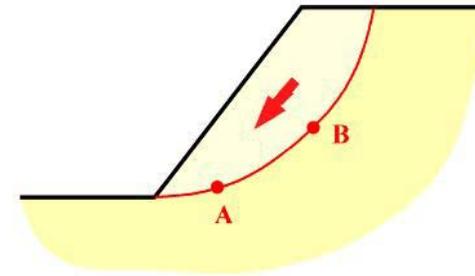
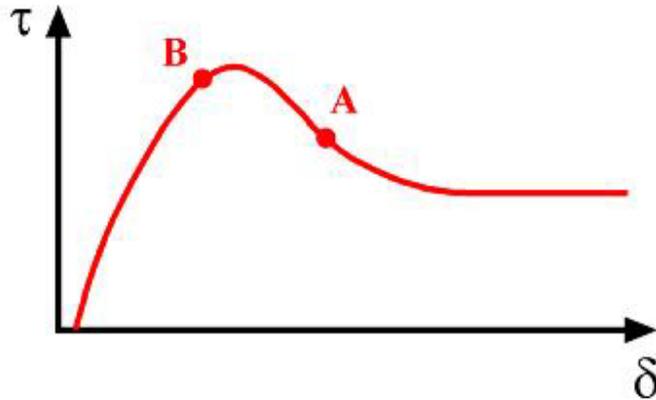
Ejemplo de caída a residual

Ensayos de corte



O SIN LLEGAR A RESIDUAL (Aznalcóllar)

La fragilidad o degradación de resistencia con las deformaciones da lugar al fenómeno de rotura progresiva, bien conocido y analizado en la literatura técnica (aunque sigue siendo difícil de incorporar en cálculo, incluso empleando programas “no del todo convencionales o comerciales”)



Alonso, E (2003). Ensayos de corte en las arcillas azules de Aznalcóllar

Ejemplo de caída a residual



URIEL & ASOCIADOS
S.A. DE INGENIERÍA GEOTÉCNICA



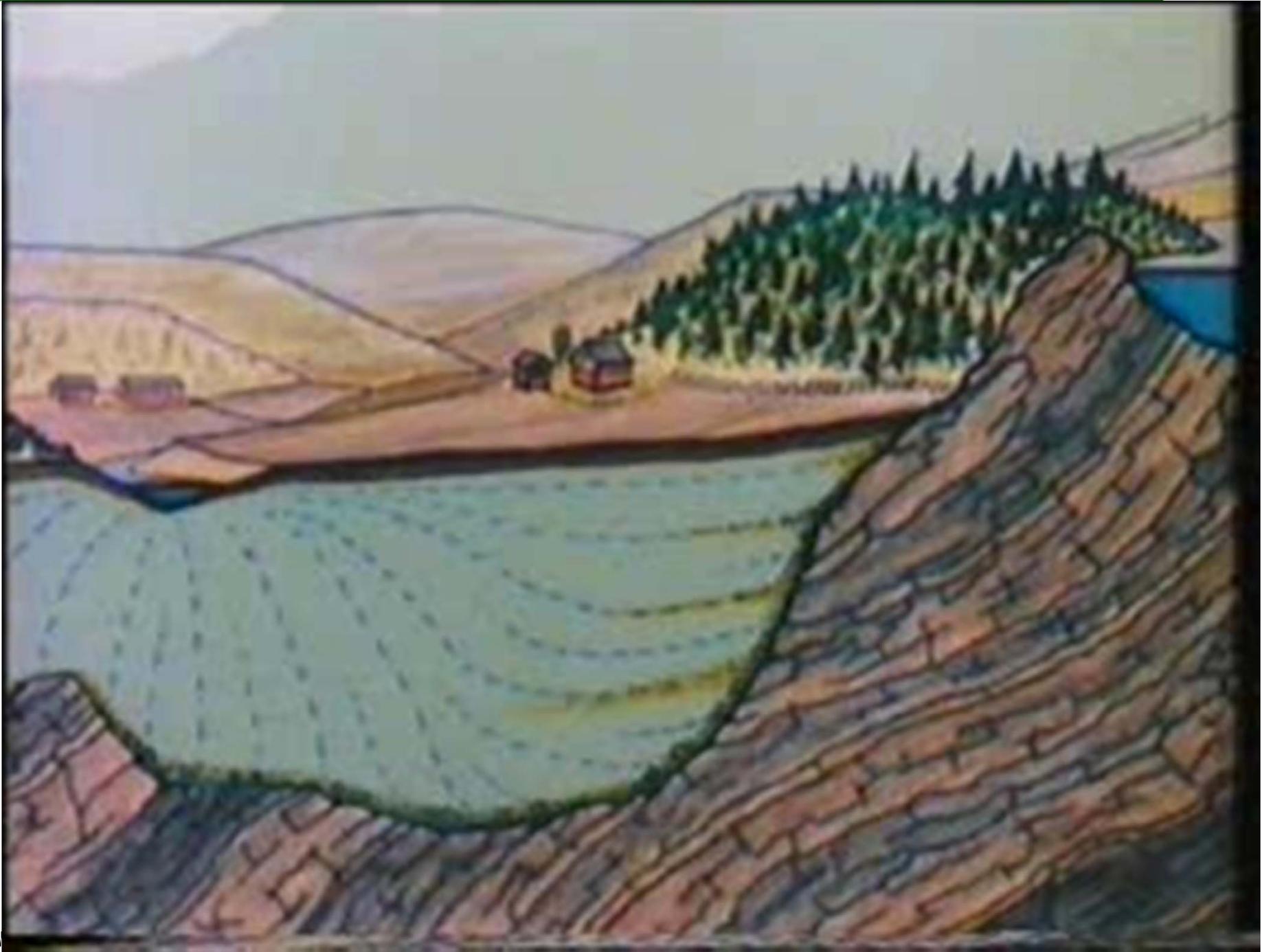
Cálculos Aznalcollar (tomado de Alonso, E.)

- Sin drenaje: $S_u = 100$ a 225 kPa $F > 1$
- Drenado en “pico” $c' = 65$ kPa, $\phi' = 24.1^\circ$ $F > 1$
- Rotura: $c' = 0$; $\phi' = 17-19^\circ$
- Residual: $c' = 0$; $\phi' = 11-12^\circ$

OTROS TIPOS DE DEGRADACIÓN



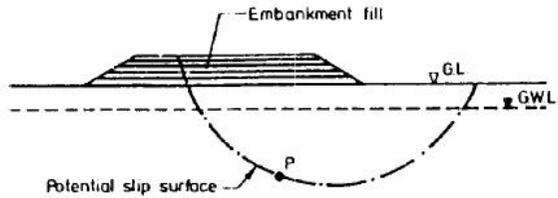
URIEL & ASOCIADOS
S.A. DE INGENIERÍA GEOTÉCNICA



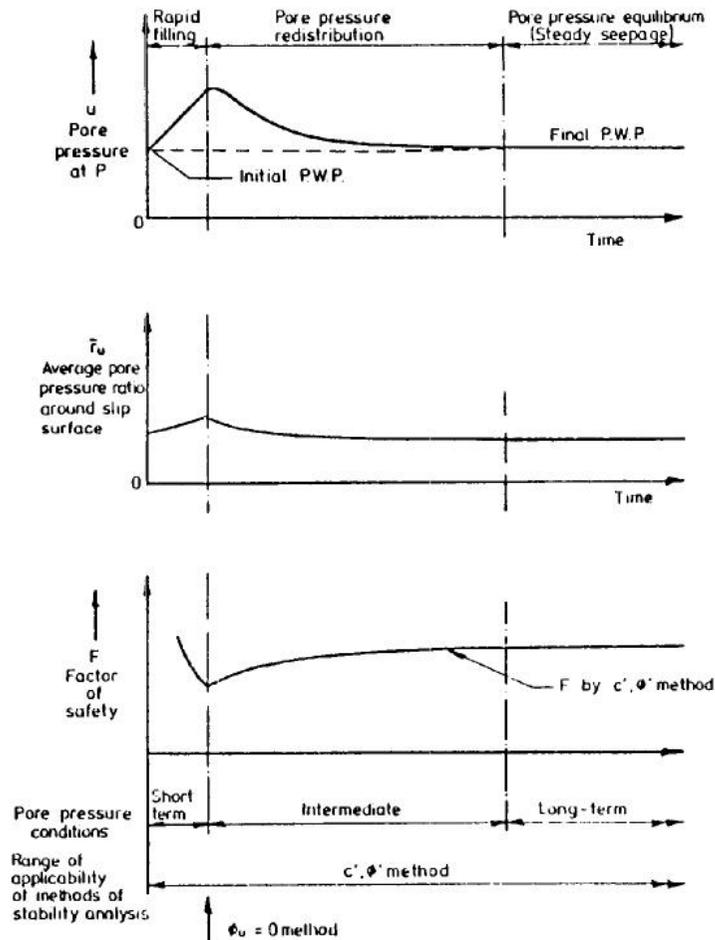
B) Según las condiciones del agua intersticial.

- 1.- Condiciones drenadas
- 2.- Condiciones sin drenaje
- 3.- Situaciones intermedias

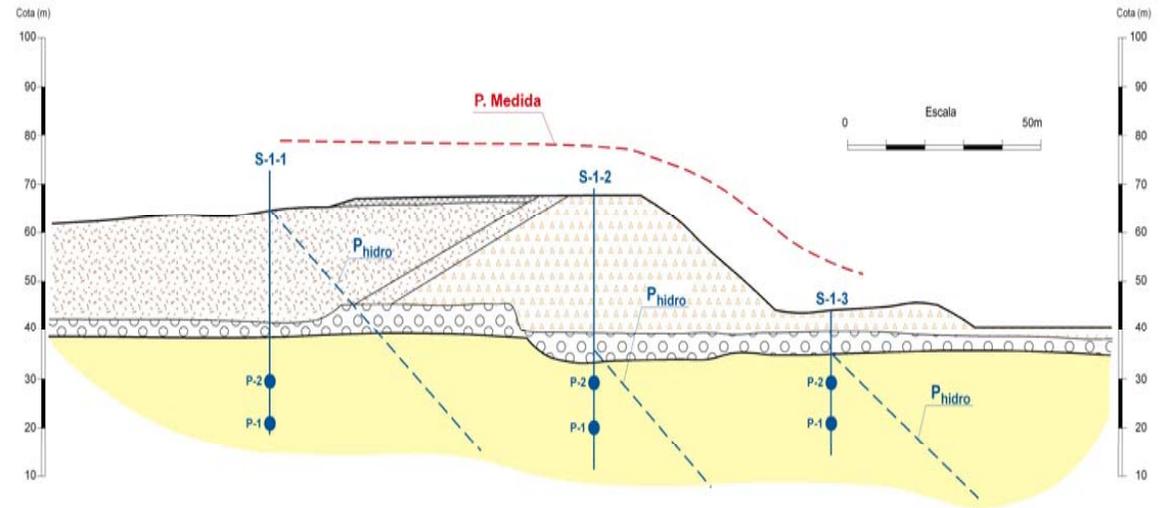
CLASIFICACIONES GEOTÉCNICAS



CARGA

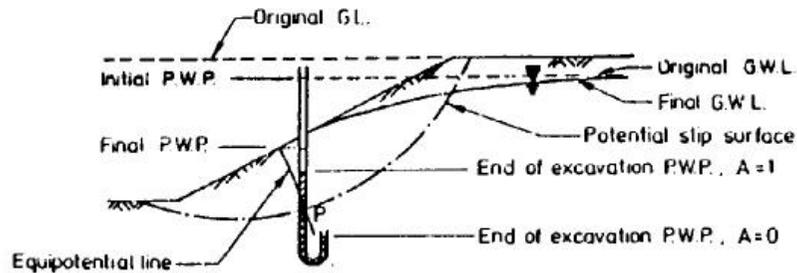


Bishop & Bjerrum, 1960

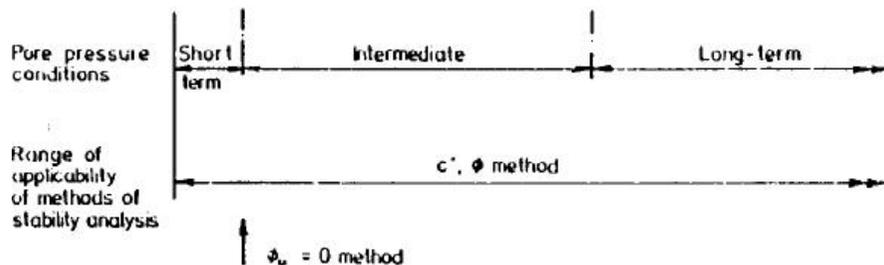
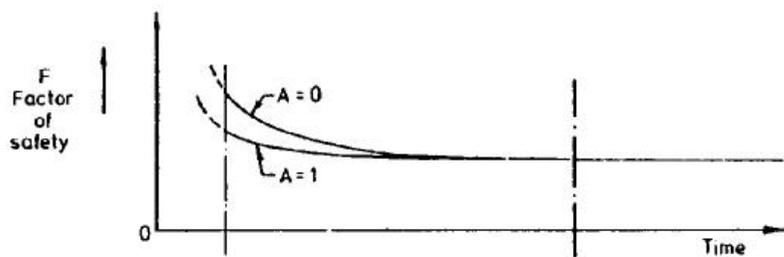
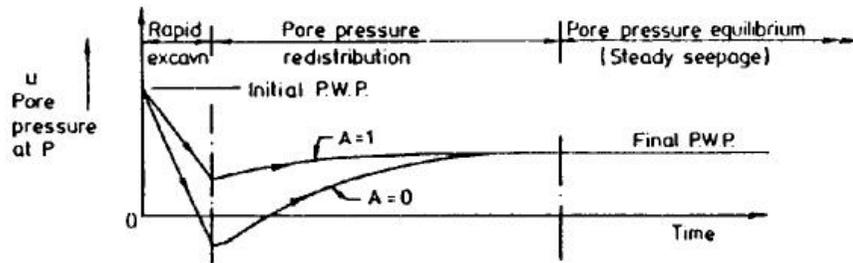
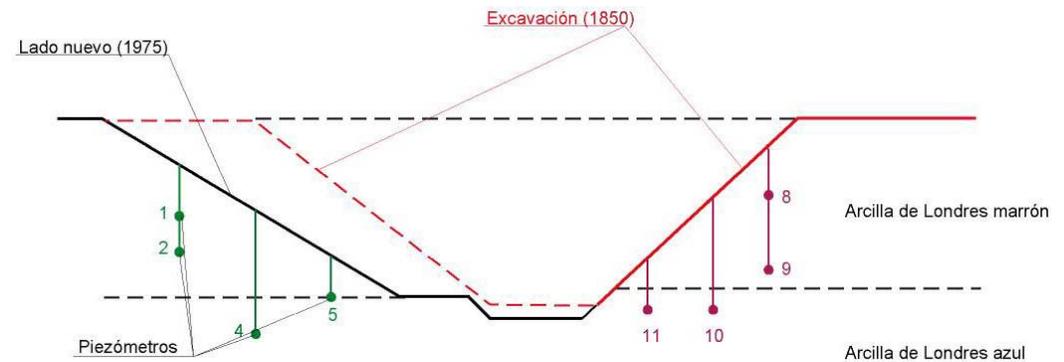


Aznalcóllar (Alonso, E. 2003)

CLASIFICACIONES GEOTÉCNICAS



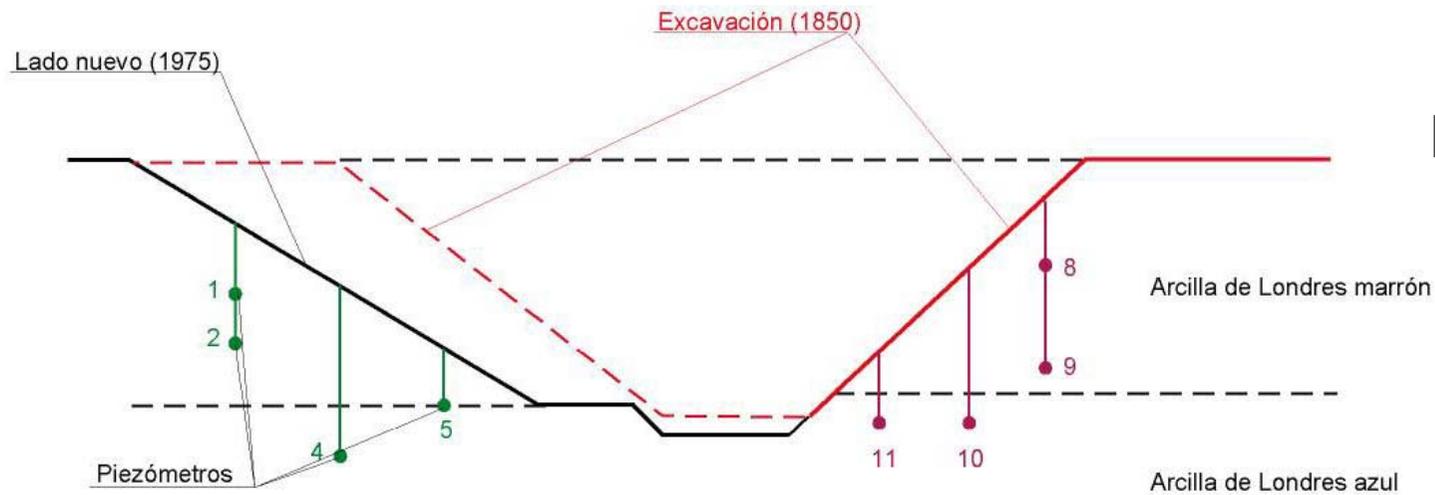
DESCARGA



LADO NUEVO (19 años)	Piezómetro	γ_u	Piezómetro	γ_u	LADO VIEJO (125 años)
$\bar{r}_u=0.15$	1	0.06	8	0.31	$\bar{r}_u=0.32$
	2	0.18	9	0.34	
	5	0.21	11	0.31	
	4	0.09	10	0.32	

Presiones intersticiales en una trinchera excavada en arcilla de Londres, con taludes de distinta edad. (Skempton, 1977).

CLASIFICACIONES GEOTÉCNICAS



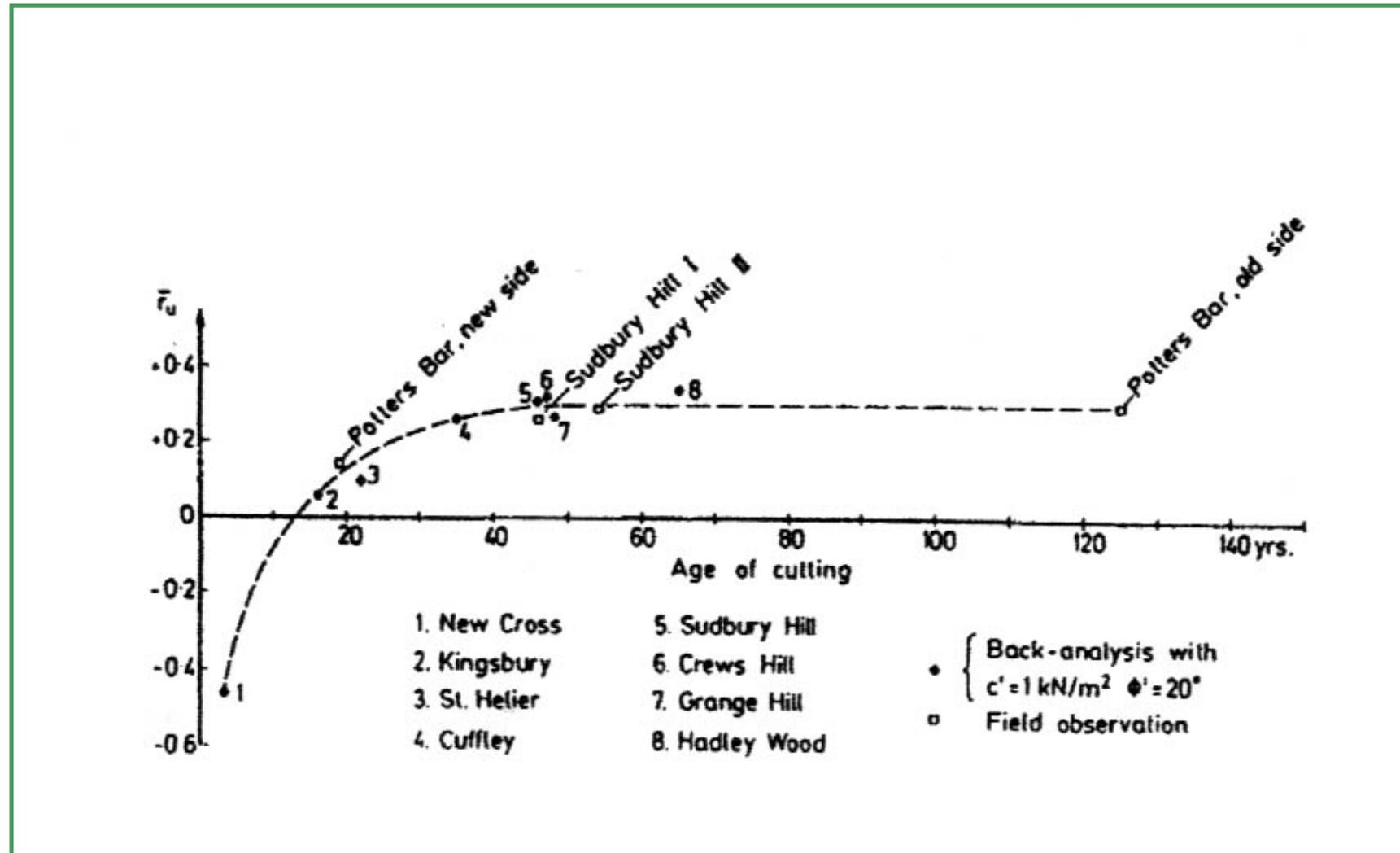
LADO NUEVO (19 años)	Piezómetro	γ_u	Piezómetro	γ_u	LADO VIEJO (125 años)
$\overline{\gamma_u}=0.15$	1	0.06	8	0.31	$\overline{\gamma_u}=0.32$
	2	0.18	9	0.34	
	5	0.21	11	0.31	
	4	0.09	10	0.32	

Presiones intersticiales en una trinchera excavada en arcilla de Londres, con taludes de distinta edad. (Skempton, 1977).

CLASIFICACIONES GEOTÉCNICAS



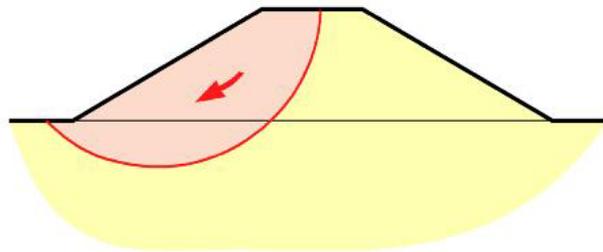
URIEL & ASOCIADOS
S.A. DE INGENIERIA GEOTECNICA



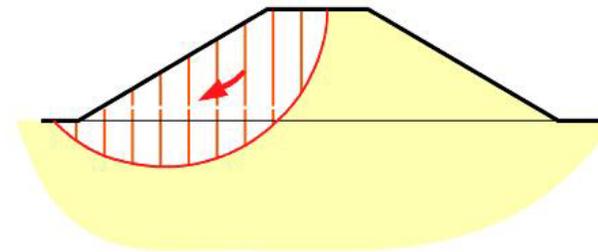
Variación del factor r_u con el tiempo en desmontes en arcilla de Londres. (Skempton, 1977).

HIPÓTESIS DE PARTIDA

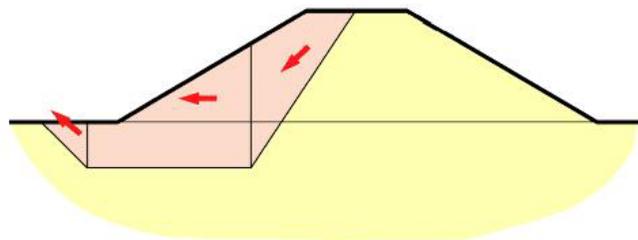
- 1.- Se considera que el talud es indefinido en la dirección horizontal paralela a su superficie (condiciones bidimensionales o de deformación plana), si bien existen algunos procedimientos, no habituales, que consideran la tridimensionalidad.
- 2.- Se supone un mecanismo de rotura a favor de determinadas superficies de deslizamiento (planas o curvas). Las masas de suelo contenidas por dichas superficies se consideran como bloques rígidos. Puede dividirse en uno o en varios bloques.



Bloque único



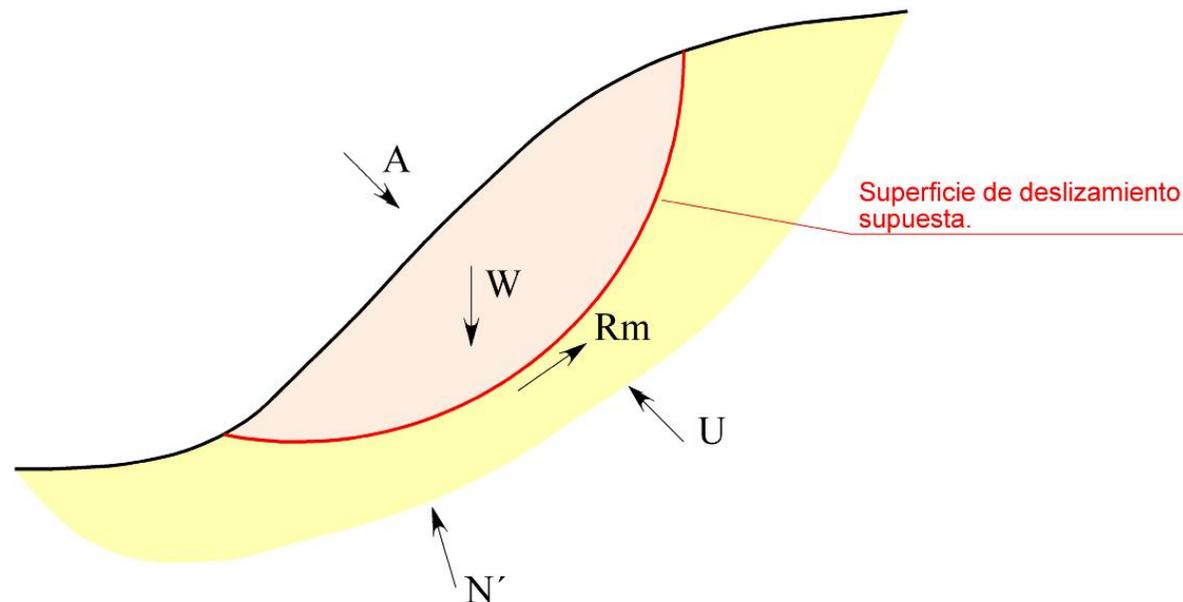
Rebanadas



Varios bloques

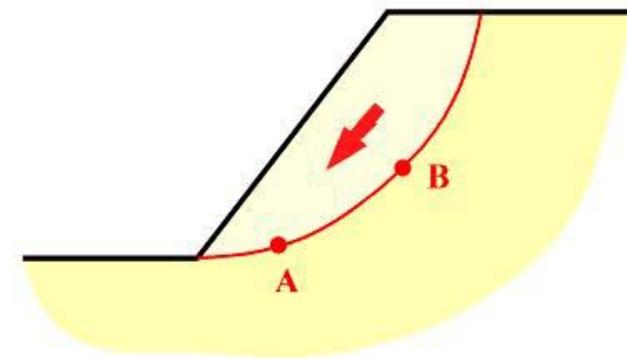
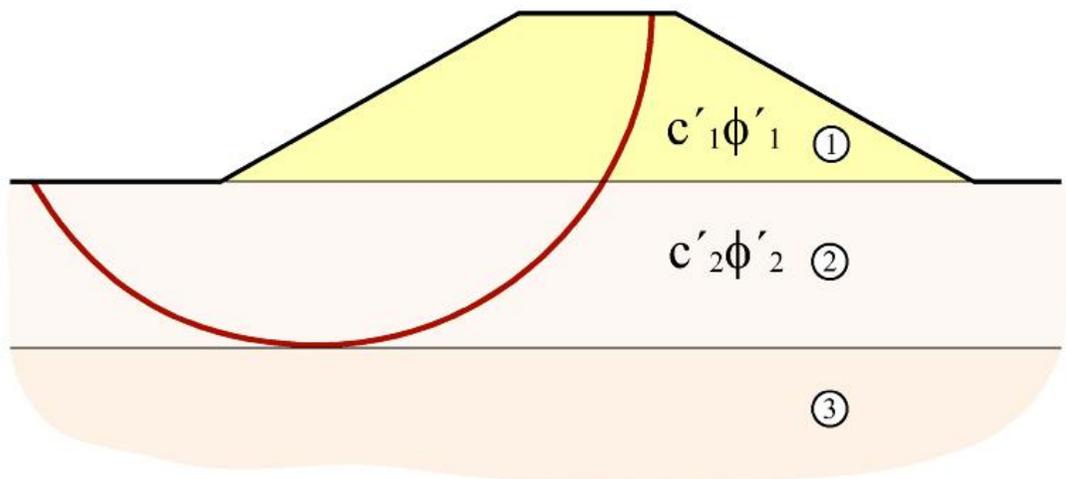
HIPÓTESIS DE PARTIDA

- 3.- Se asume un criterio de rotura del terreno a lo largo de las superficies de deslizamiento definidas. Dicho criterio es habitualmente el de Mohr-Coulomb.
- 4.- Se supone que cada bloque en los que se ha subdividido la masa de suelo se encuentra en equilibrio estricto. Se resuelven las ecuaciones de equilibrio estático (fuerzas y momentos) y se determina la resistencia tangencial necesaria a lo largo de la(s) superficie(s) de deslizamiento supuesta(s) para conseguir dicho equilibrio.



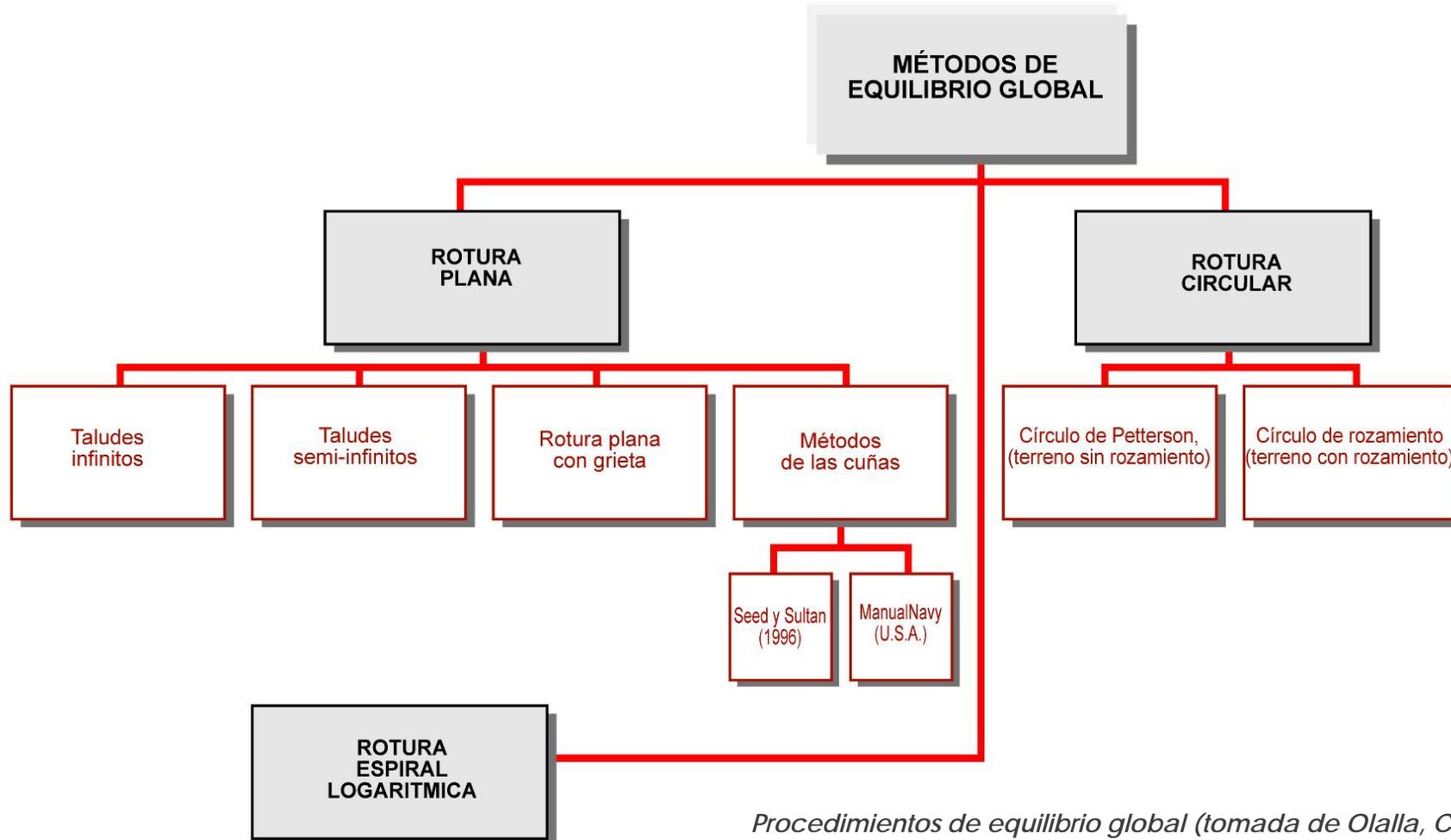
HIPÓTESIS DE PARTIDA

- 5.- Se define un factor de seguridad, que se supone constante a lo largo de toda la superficie de deslizamiento.



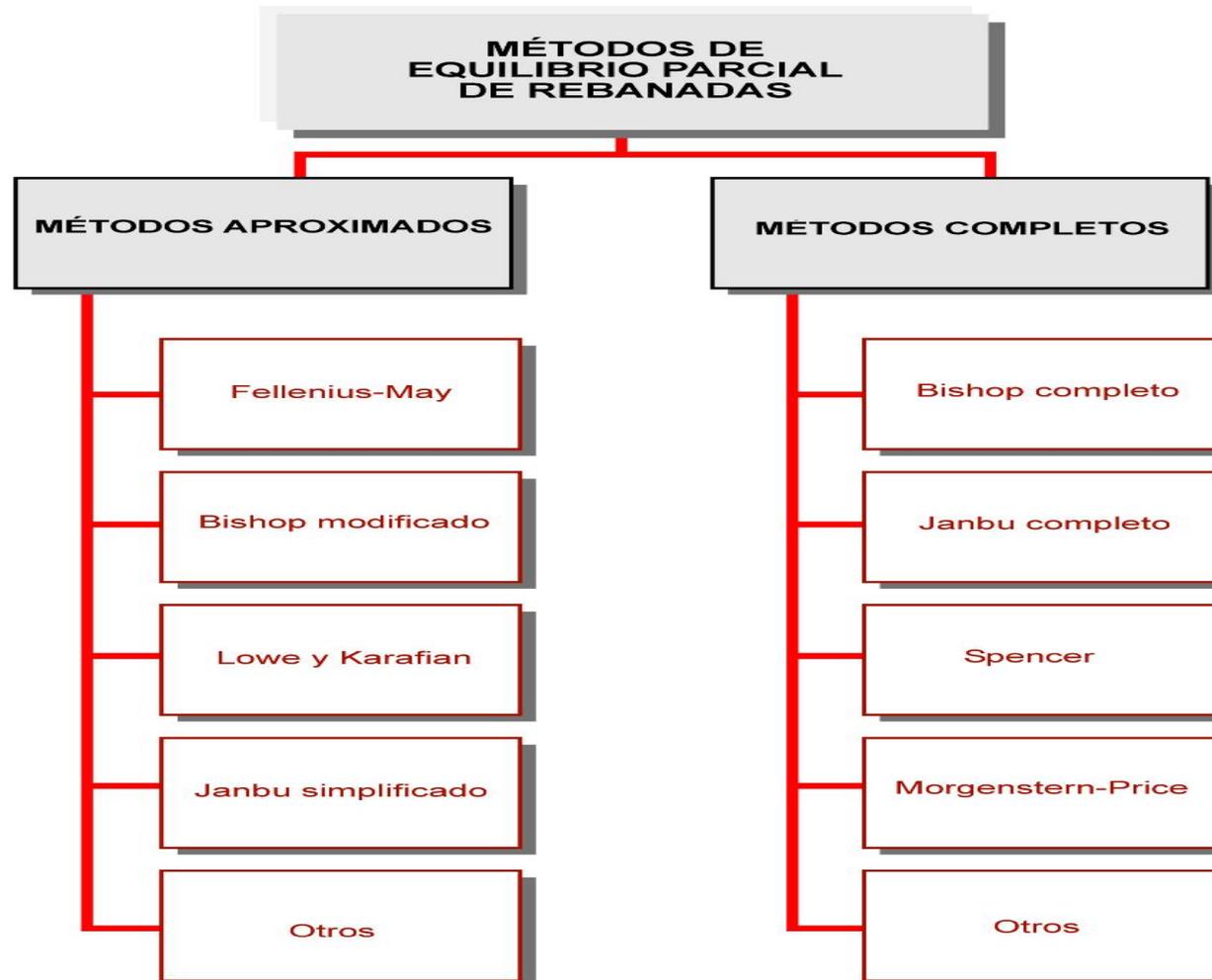
$$F = \frac{c'_1}{c'_{1m}} = \frac{c'_2}{c'_{2m}} = \frac{\tan \phi'_1}{\tan \phi'_{1m}} = \frac{\tan \phi'_2}{\tan \phi'_{2m}}$$

Métodos de equilibrio global



Procedimientos de equilibrio global (tomada de Olalla, C. (1999)).

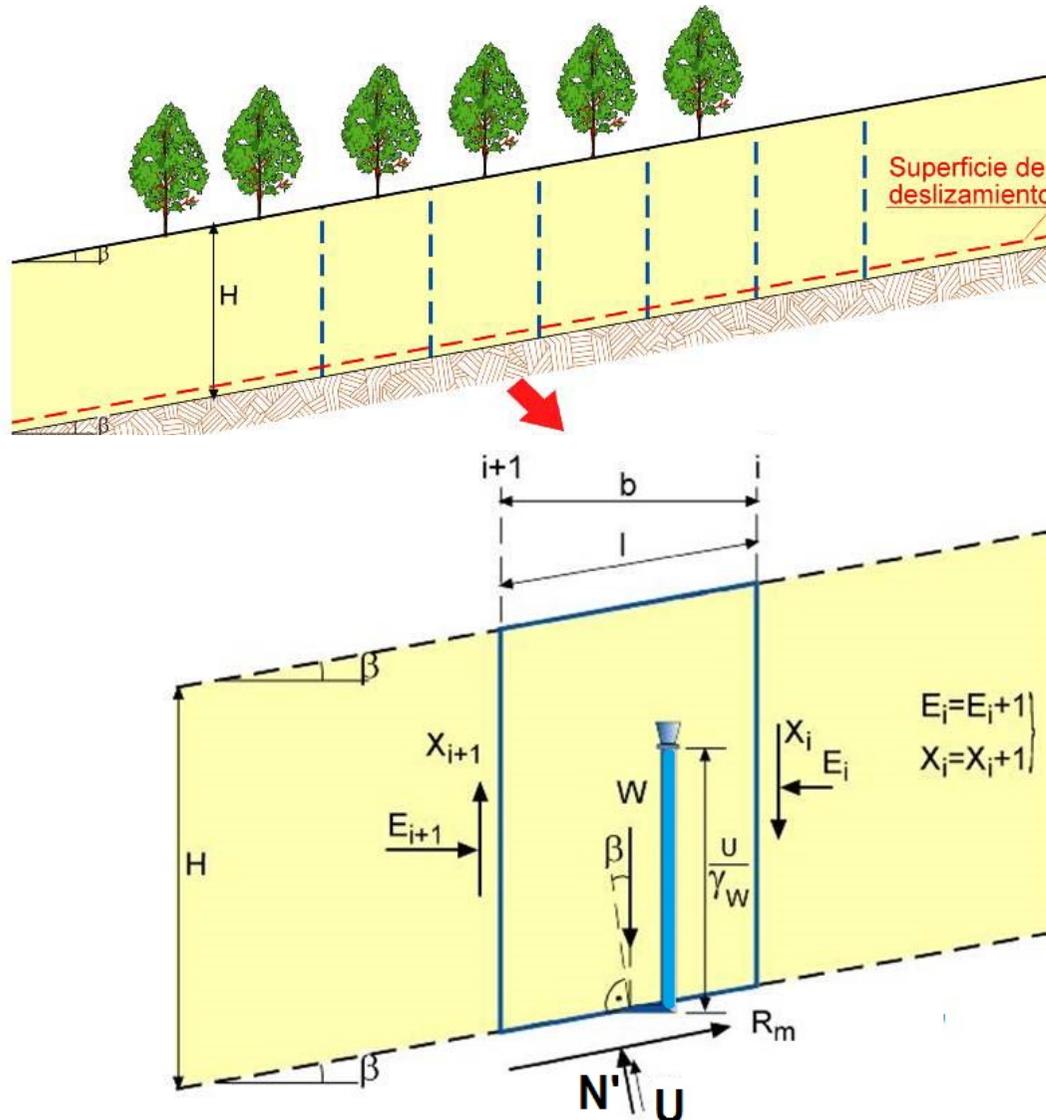
Métodos de rebanadas



Procedimientos de equilibrio global (tomada de Olalla, C. (1999)).

ESTABILIDAD GLOBAL. TALUD INDEFINIDO

ES UN MODELO RAZONABLE PARA LADERAS NATURALES CON UN RECUBRIMIENTO DE SUELO (GENERALMENTE ELUVIAL O COLUVIAL) SOBRE UN SUBSTRATO RESISTENTE Y POCO PROFUNDO



W: Peso de la rebanada

U: Resultante de la presión intersticial (u) en la base de la rebanada ($U = ul$).

N': Resultante de las tensiones efectivas normales en la base de la rebanada.

R_m: Resistencia tangencial movilizada:

$$R_m = \frac{c' \cdot l}{F} + N' \cdot \frac{\tan \phi'}{F} \quad (1)$$

ESTABILIDAD GLOBAL. TALUD INDEFINIDO

Equilibrio de fuerzas perpendiculares a la superficie de deslizamiento.

$$W \cdot \cos \beta - U = N'$$

$$W = \gamma \cdot H \cdot b = \gamma \cdot H \cdot l \cdot \cos \beta$$

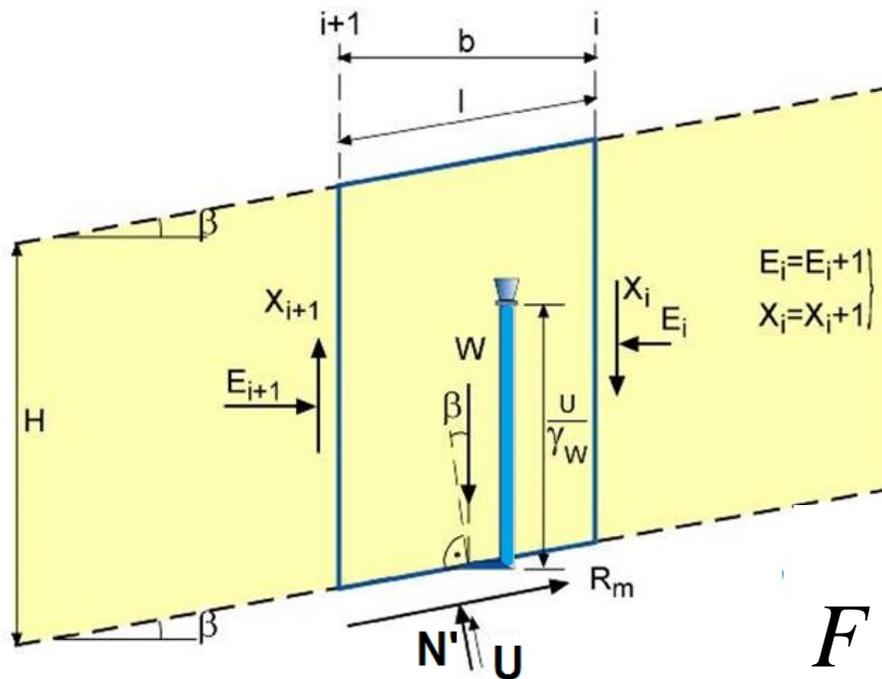
$$\gamma \cdot H \cdot l \cdot \cos^2 \beta - ul = N' \quad (2)$$

Equilibrio de fuerzas paralelas a la superficie de deslizamiento

$$W \cdot \sin \beta = R_m \quad (3)$$

De (1), (2) y (3):

$$F = \frac{c' + [\gamma \cdot H \cdot \cos^2 \beta - u] \cdot \tan \phi'}{\gamma \cdot H \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta}$$



TALUD INDEFINIDO (CASOS ESPECIALES)

$u=0$ (Talud “seco”):

$$F = \frac{c' + [\gamma \cdot H \cdot \cos^2 \beta] \cdot \tan \phi'}{\gamma \cdot H \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta} = \frac{c'}{\gamma \cdot H \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta} + \frac{\tan \phi'}{\tan \beta}$$

$c' = 0$ (suelo sin cohesión):

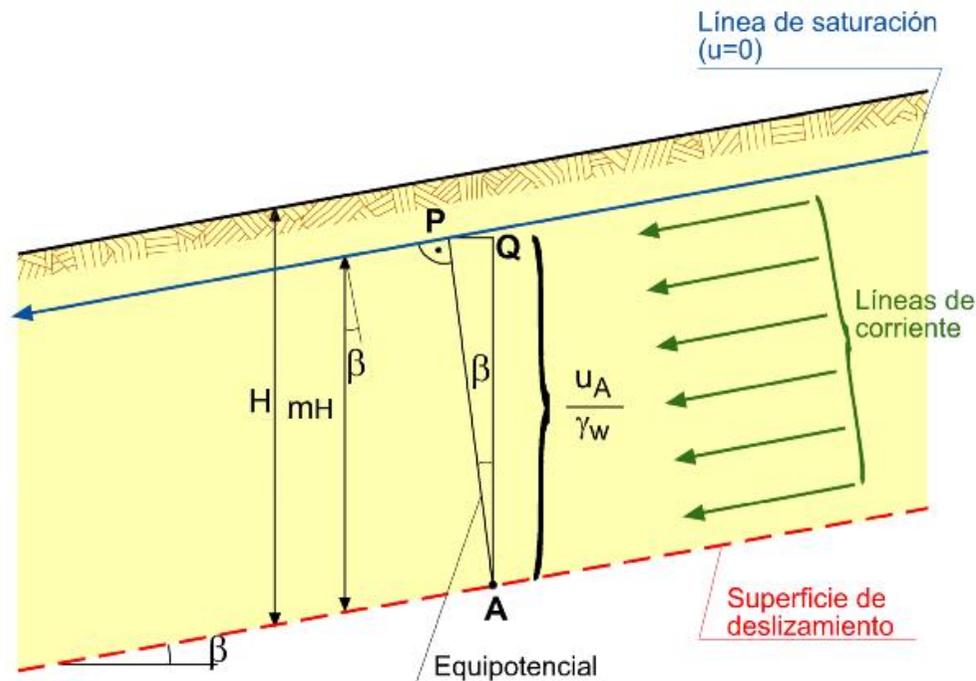
$$F = \left[1 - \frac{u}{\gamma \cdot H \cdot \cos \beta} \right] \cdot \frac{\tan \phi'}{\tan \beta}$$

$c'=0$ y $u=0$ (suelo sin cohesión y talud “seco”):

$$F = \frac{\tan \phi'}{\tan \beta}$$

TALUD INDEFINIDO (CASOS ESPECIALES)

Régimen de filtración paralelo al talud:



- $AP = mH \cdot \cos \beta$ es una equipotencial.
- $AQ = AP \cdot \cos \beta$ es la altura de presión (u_A / γ_w) en la base del deslizamiento:

$$AQ = \frac{u_A}{\gamma_w} = AP \cdot \cos \beta = m \cdot H \cdot \cos^2 \beta$$

$$u_A = \gamma_w \cdot m \cdot H \cdot \cos^2 \beta$$

$$F = \frac{c'}{\gamma \cdot H \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta} + \left[1 - m \cdot \frac{\gamma_w}{\gamma} \right] \cdot \frac{\tan \phi'}{\tan \beta}$$

TALUD INDEFINIDO (CASOS ESPECIALES)

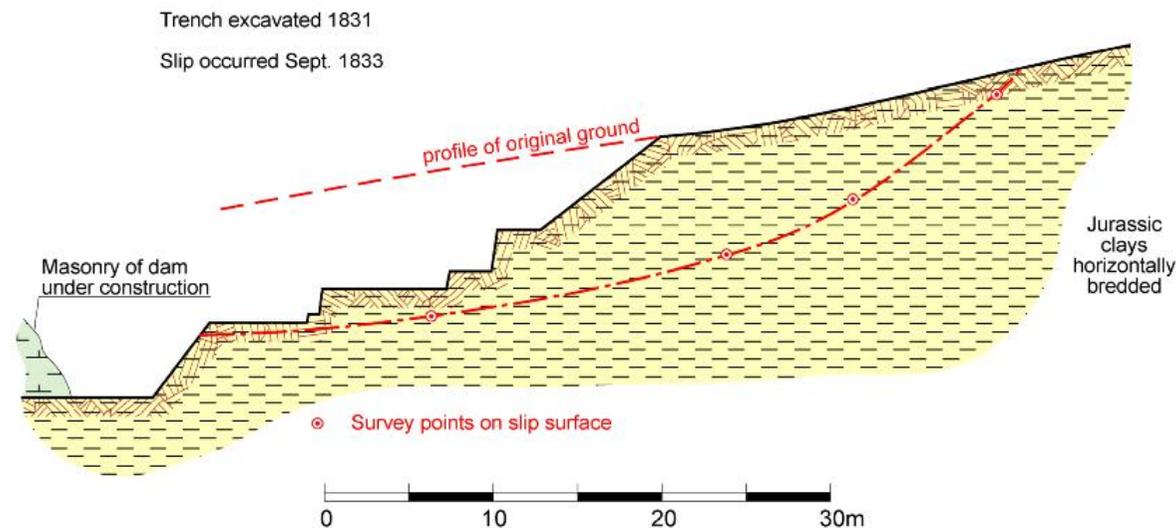
$c'=0$ y régimen de filtración paralelo al talud

$$F = \left[1 - m \cdot \frac{\gamma_w}{\gamma} \right] \cdot \frac{\tan \phi'}{\tan \beta}$$

$c'=0$, régimen de filtración paralelo al talud, con talud saturado ($m=1$)

$$F = \left[1 - \frac{\gamma_w}{\gamma} \right] \cdot \frac{\tan \phi'}{\tan \beta} \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{\tan \phi'}{\tan \beta}$$

Primeras descripciones de deslizamientos de directriz curva



Deslizamiento en la trinchera de cimentación de la presa de Grosbois (Collin, A. 1846). (Tomado de Skempton, A.W.).

Deslizamientos circulares: Petterson (1916). Gottemburgo. Comisión Sueca de Ferrocarriles (1922). Círculo “sueco”.

Deslizamientos circulares: Petterson (1916). Gottenburgo.

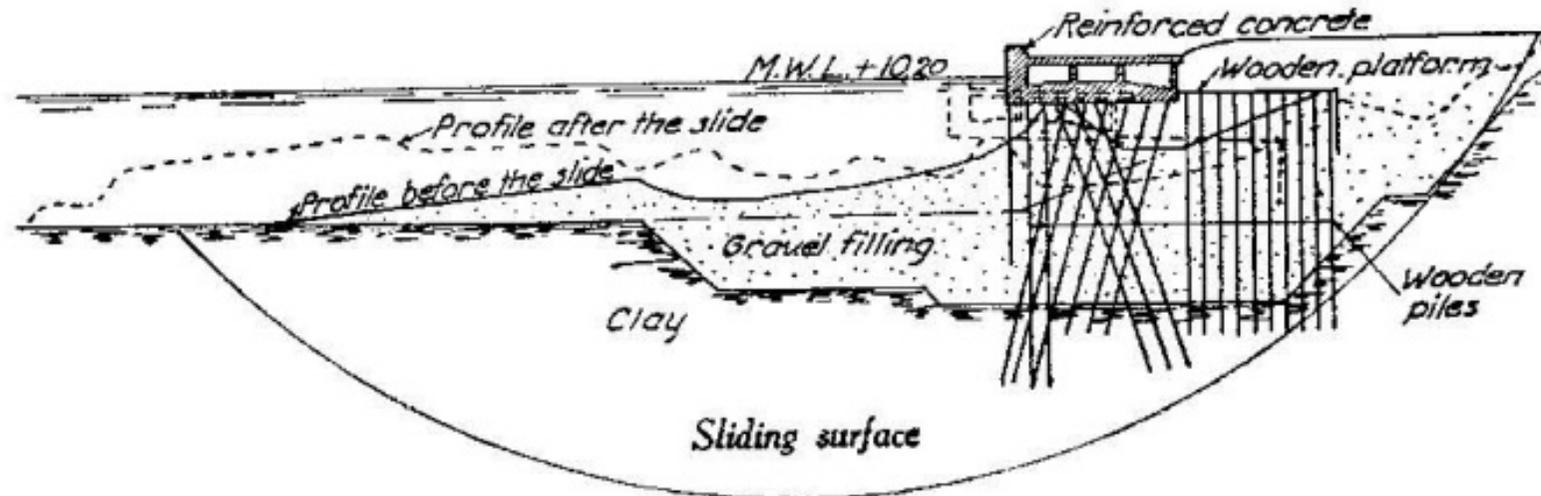
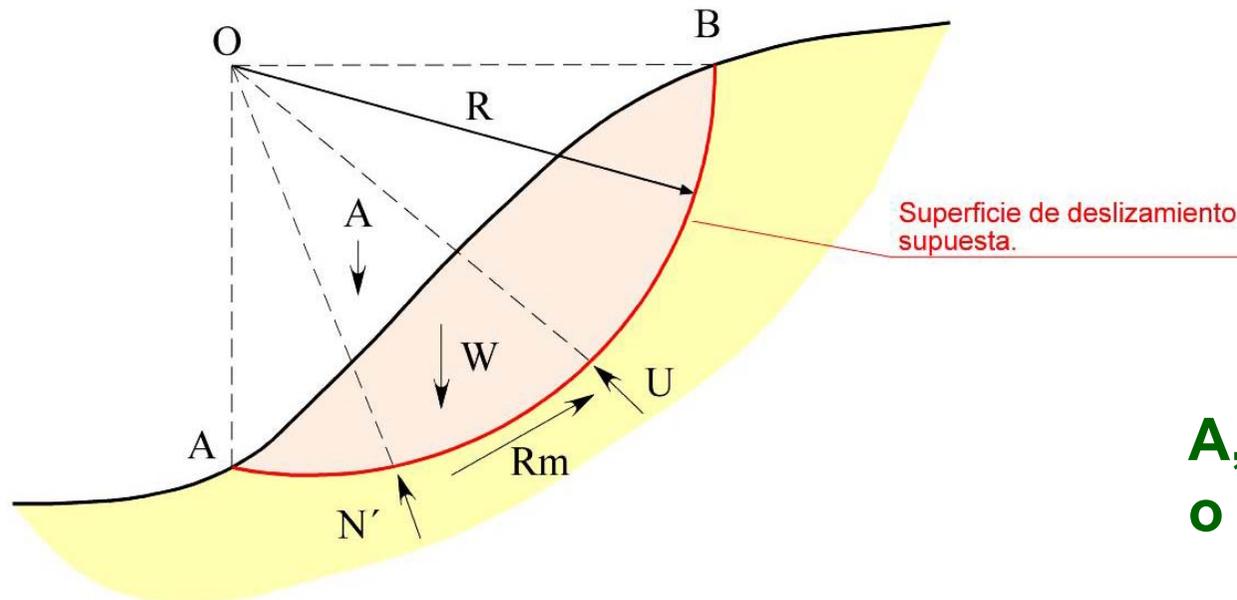


Fig. 3. The Stigberg Quay, sliding surface, 1916.
(80 m from east end of wall)

Comisión Sueca de Ferrocarriles (1922). Fellenius.

“CÍRCULO SUECO”

Desarrollo conceptual del método.



A, W y U se conocen o se pueden obtener

A: Resultante de las fuerzas externas al talud.

W: Peso propio de la masa de suelo.

U: Resultante de las presiones intersticiales a lo largo de la superficie de deslizamiento.

N': Resultante de las tensiones efectivas normales a la superficie de deslizamiento.

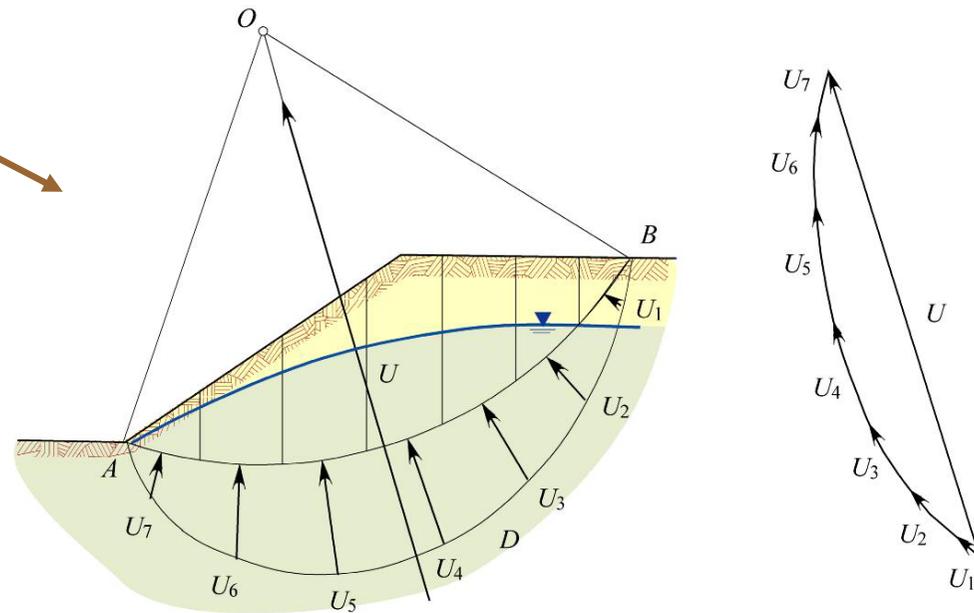
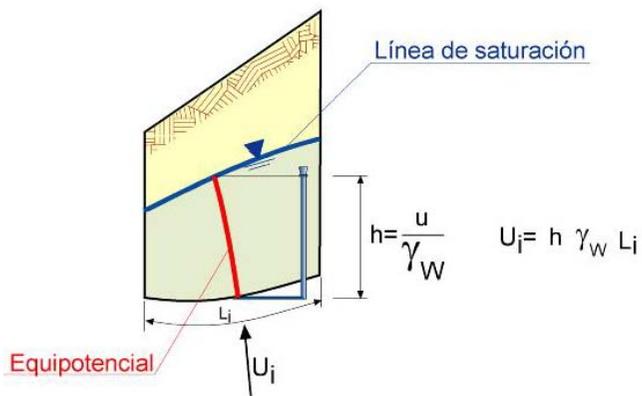
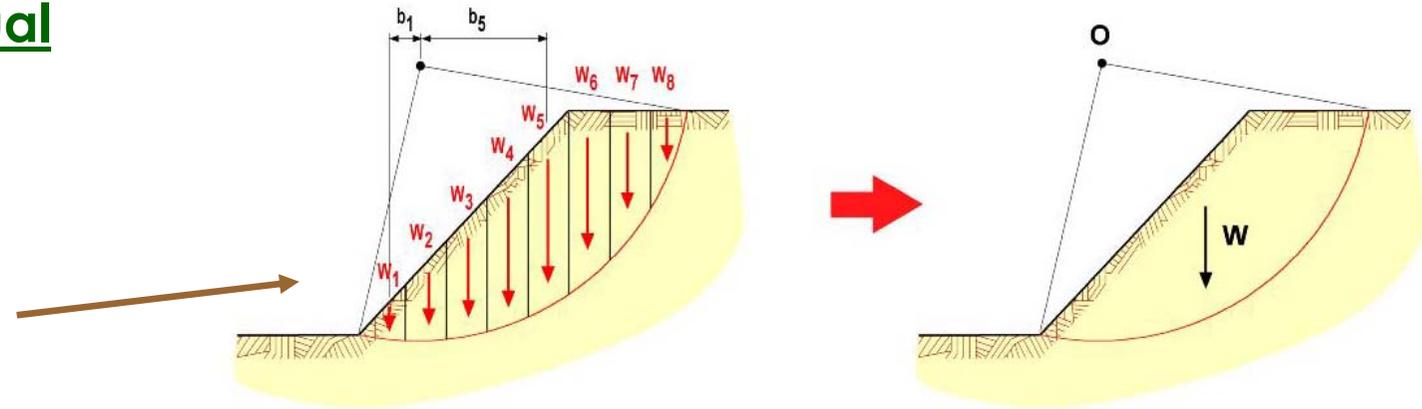
Rm: Resultante de las tensiones tangenciales movilizadas a lo largo de la superficie de deslizamiento para alcanzar el equilibrio estricto.

Desarrollo conceptual

A es conocida

W se puede obtener.

U se puede obtener

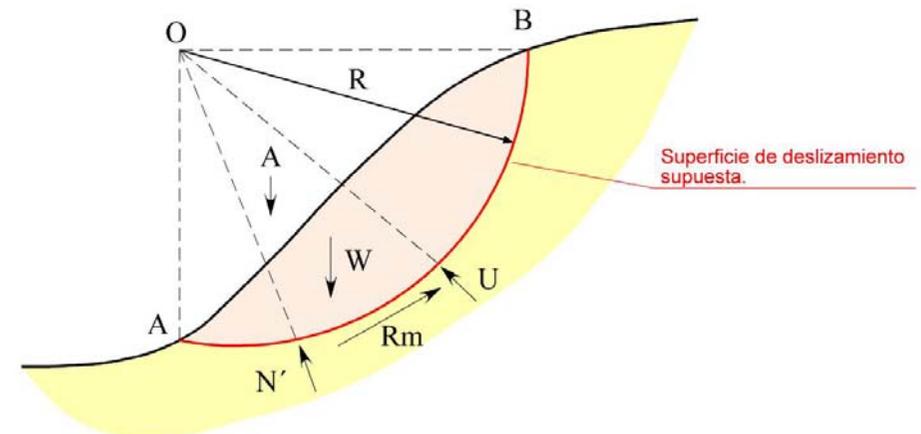


Desarrollo conceptual

N' : resultante de las tensiones efectivas normales. Ha de pasar por el centro O , pero su punto de aplicación y su magnitud son desconocidos

R_m es la resultante de las tensiones tangenciales movilizadas para el equilibrio estricto. Se ha de ajustar al criterio de rotura de Mohr-Coulomb

$$R_m = \int_0^L [c'_m + \sigma' \cdot \tan \phi'_m] \cdot d\vec{l}$$



L es la longitud del arco AB de la superficie de deslizamiento supuesta y

$d\vec{l}$ es el diferencial de longitud de dicho arco, considerado como vector

Componente de cohesión de R_m

Resultante como suma vectorial

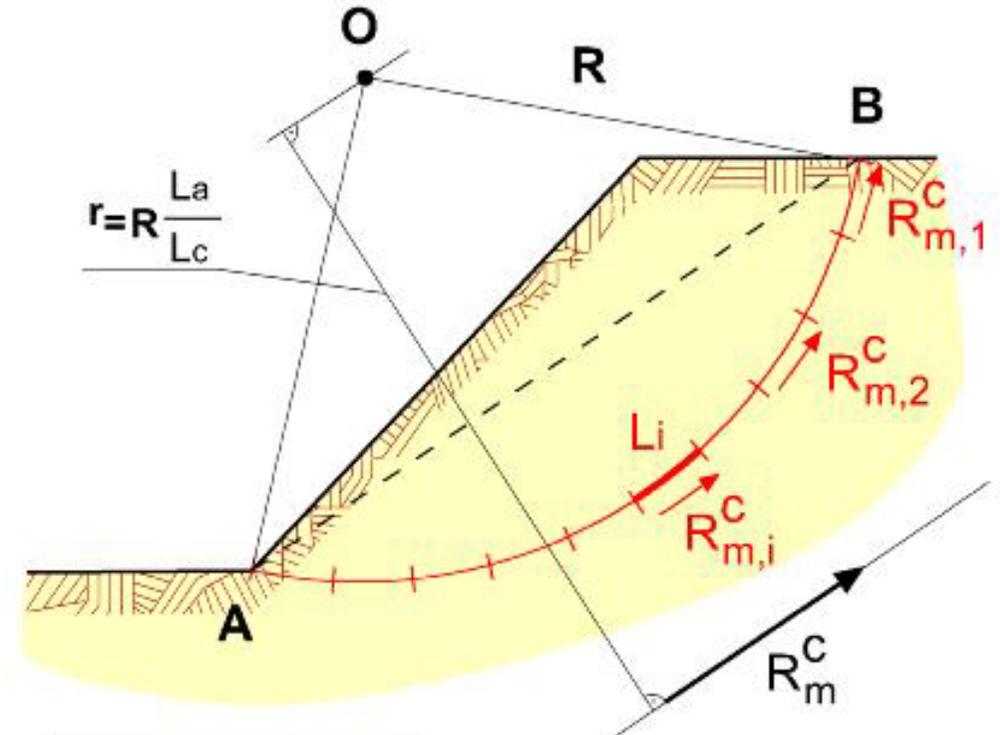
$$R_m^c = c'_m \cdot L_c \quad L_c = L_{\text{cuerda AB}}$$

Línea de acción tomando momentos

$$R_m^c \cdot r = \sum c'_m \cdot L_i \cdot R = c'_m \cdot L_a \cdot R$$

Por tanto

$$r = \frac{c'_m \cdot L_a \cdot R}{R_m^c} = \frac{c'_m \cdot L_a \cdot R}{c'_m \cdot L_c} = \frac{L_a}{L_c} \cdot R$$

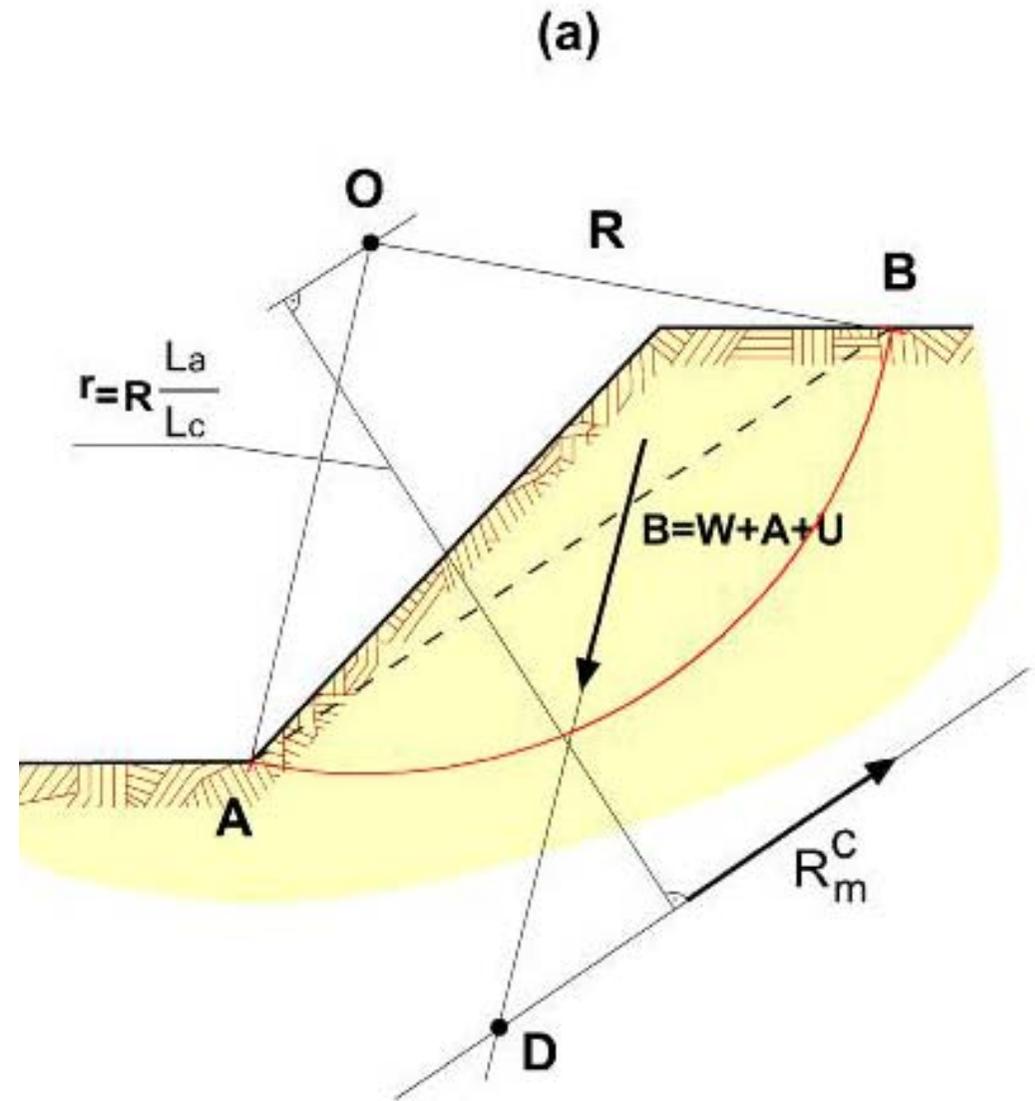


$$R_{m,i}^c = c_{m,i} \times L_i$$

Componente de fricción de R_m

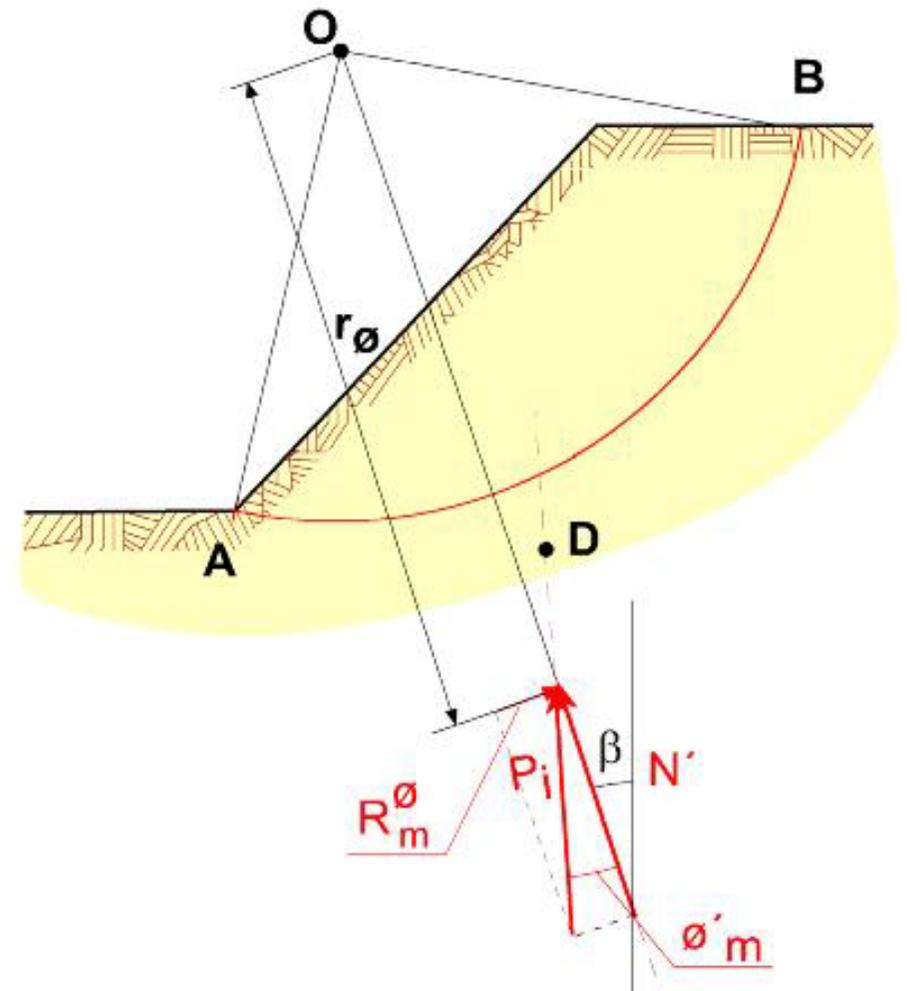
La suma vectorial de cualquier pareja de fuerzas P_i no es tangente al círculo de fricción, y por tanto su resultante P tampoco lo será.

Ahora bien, si el vector B representa a la resultante de las fuerzas conocidas inicialmente, W , A y U , para que exista equilibrio la línea de acción de P habrá de pasar por el punto D , intersección de las líneas de acción de B y de R_{cm} .



El problema se encuentra indeterminado: 3 ecuaciones de equilibrio y 4 incógnitas: el coeficiente de seguridad F , la magnitud de N' , un parámetro sobre la línea de acción de N' (β , por ejemplo) y un parámetro sobre la línea y de acción de $R_{\phi m}$ (el brazo r_{ϕ} , por ejemplo)

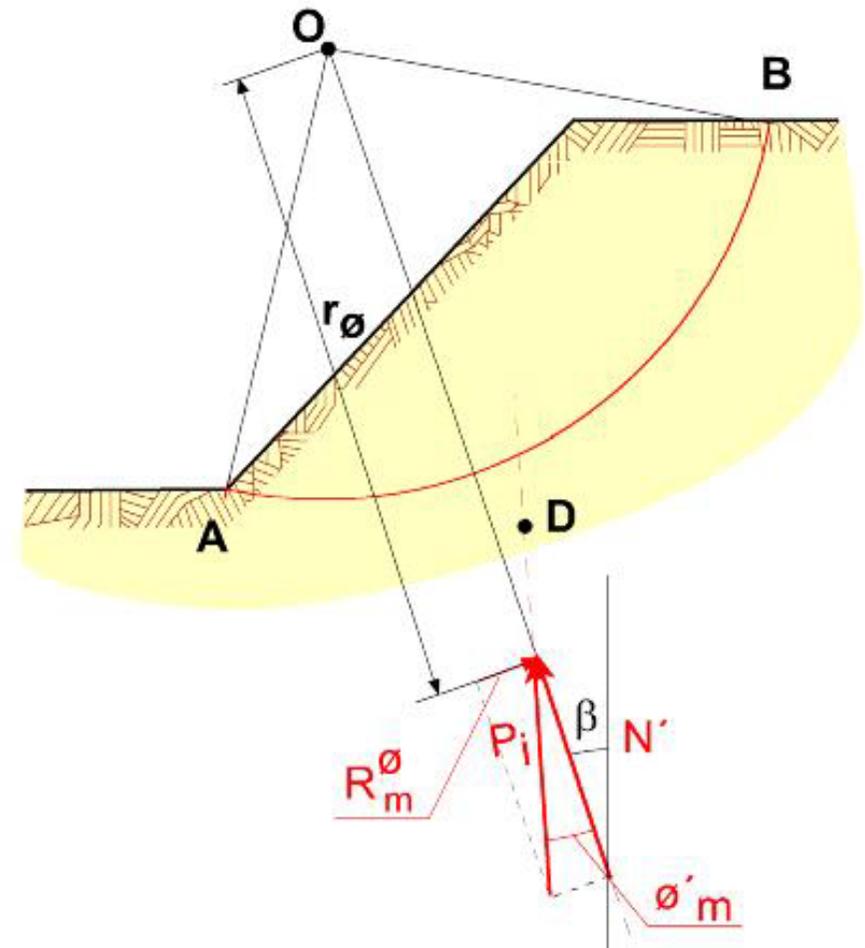
Esta indeterminación se debe a que se desconoce la distribución de tensiones efectivas normales a lo largo de la superficie de deslizamiento.



Si se realiza una hipótesis sobre la forma de dicha distribución, se conocerían las líneas de acción de N' y $R_{\phi m}$, y sólo quedarían dos incógnitas: F y N' . Por lo tanto, es necesario suponer una distribución de tensiones que dependa de un parámetro, de manera que el número de incógnitas sea igual a 3.

El método del círculo de rozamiento original

La hipótesis más sencilla consiste en suponer que las tensiones efectivas normales se concentran en un punto de la superficie de rotura, es decir, que el punto de aplicación de N' se encuentra en dicha superficie. En estas circunstancias $r\phi = R$ y la resultante P ha de ser tangente al círculo de rozamiento, lo que evidentemente simplifica el problema.



Es una hipótesis sencilla y conservadora, Proporciona coeficientes de seguridad algo inferiores a los reales.

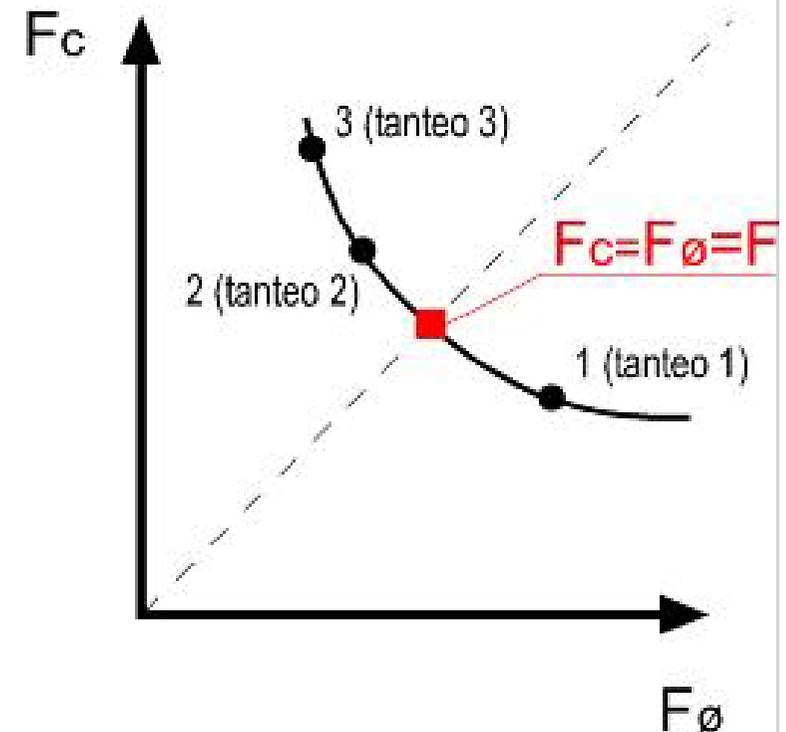
Hay que operar por aproximaciones sucesivas.

El método del círculo de rozamiento original

8. Obviamente el valor obtenido de F_c no tendrá por qué coincidir con el valor de F_ϕ inicialmente supuesto, pero proporcionará un punto (F_ϕ, F_c) en el gráfico de la figura.

9. Se supone otro valor de ϕ'_m y se repite el proceso desde el paso (3), obteniendo un nuevo punto (F_ϕ, F_c) en el gráfico.

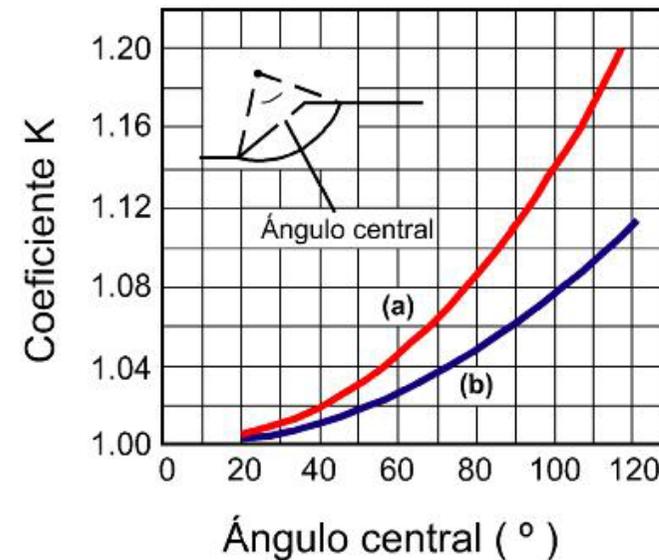
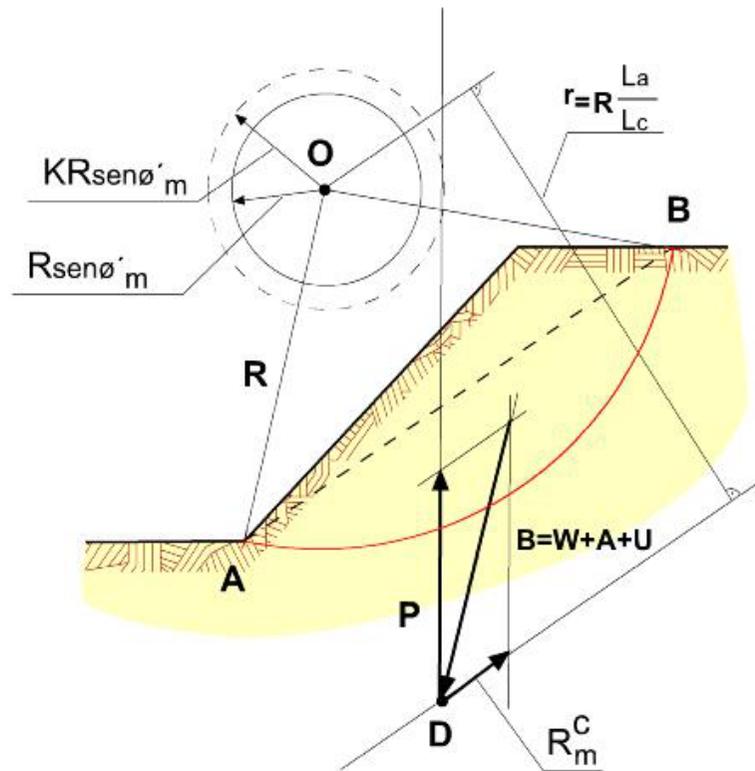
10. Se repite el procedimiento tantas veces como se necesario (3 es usualmente suficiente) hasta trazar una curva de puntos (F_ϕ, F_c) . Su intersección con la recta $F_\phi = F_c$ (a 45° desde el origen de coordenadas) proporcionará el factor de seguridad buscado.



TODO ESTO PARA UN CÍRCULO. HAY QUE REPETIR EL CÁLCULO HASTA OBTENER EL DE MENOR F.

EL MÉTODO DEL CÍRCULO DE ROZAMIENTO MODIFICADO (TAYLOR)

Se suponen dos distribuciones de tensiones normales: (a) uniforme y (b) senoidal, con valor nulo en A y B. Con ello la resultante será tangente a un círculo de radio $KR\text{sen}\phi'_m$.



Se determina el ángulo central del círculo a tantear; se asume una de las dos distribuciones y se obtiene K . El resto es igual al anterior.

Proporciona coeficientes de seguridad más ajustados.

SISTEMATIZACIÓN DEL MÉTODO DEL CÍRCULO DE ROZAMIENTO. SOLUCIONES MEDIANTE ÁBACOS

TIPOS DE CÍRCULOS DE ROTURA

(a) Círculo superficial de pie.

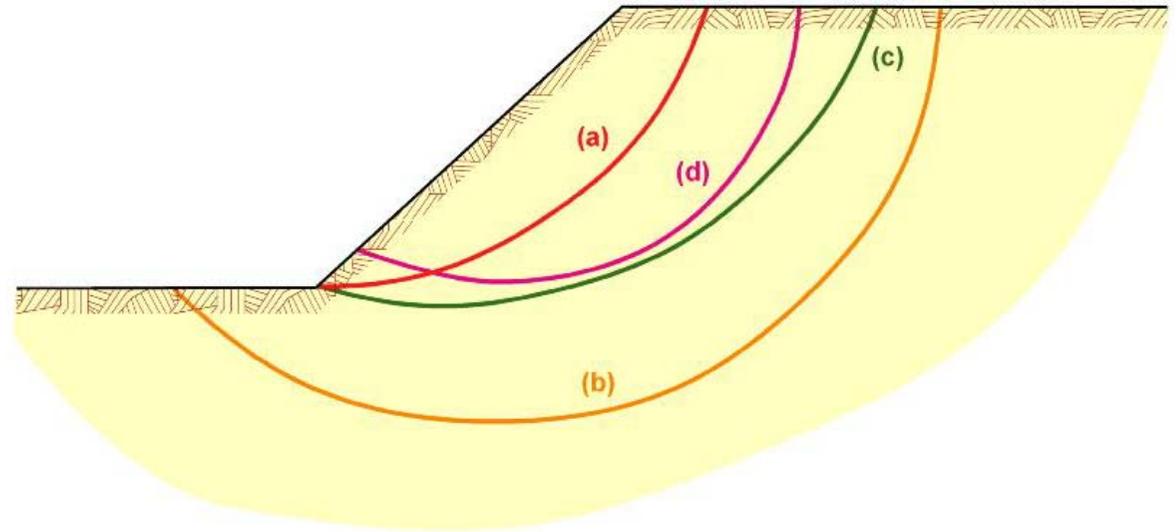
Pasa por el pie del talud y su punto más bajo se encuentra en dicho pie. Se produce en los casos siguientes:

- En taludes formados por terreno con ϕ' medio a alto.
- En taludes de ϕ' medio a bajo, y aún nulo, siempre que su pendiente sea importante, mayor que un valor que se indica más adelante.

(b) Círculo profundo: Pasa por debajo del pie del talud. Se produce en taludes tendidos con ϕ' muy bajo o nulo.

(c) Círculo profundo de pie. Pasa por el pie del talud pero profundiza por debajo de éste en algún punto. Se produce en casos intermedios entre (a) y (b).

(d) Círculo de talud: La línea de deslizamiento aflora en la cara del talud.



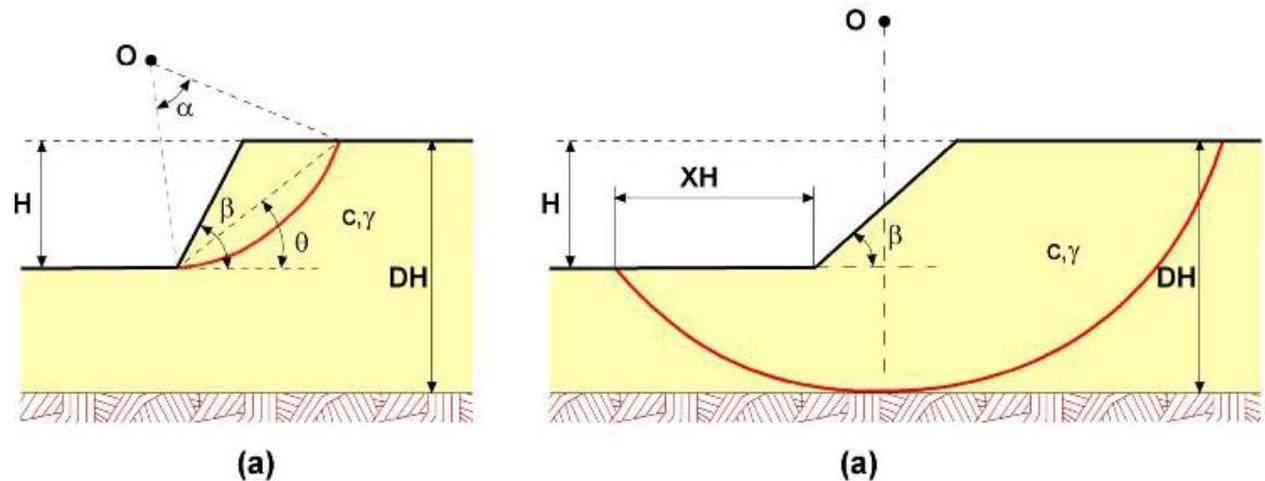
SISTEMATIZACIÓN DEL MÉTODO DEL CÍRCULO DE ROZAMIENTO. SOLUCIONES MEDIANTE ÁBACOS

Abaco de Taylor para terrenos homogéneos sin rozamiento.

H: altura del talud

β : inclinación del talud

D: Factor de profundidad. El producto DH señala la profundidad, medida desde la coronación del talud, del punto más bajo del círculo crítico.



Cuando exista un estrato duro que afecte a las condiciones de estabilidad, DH representará la profundidad de dicho estrato desde la coronación del talud.

XH: Distancia del punto de afloramiento del círculo crítico al pie del talud en función de la altura del mismo. Se considera positivo cuando dicho círculo pasa por debajo del pie.

α : ángulo del sector circular que define el círculo crítico.

θ : ángulo que forma la cuerda del círculo crítico con la horizontal

SISTEMATIZACIÓN DEL MÉTODO DEL CÍRCULO DE ROZAMIENTO. SOLUCIONES MEDIANTE ÁBACOS

Abaco de Taylor para terrenos homogéneos sin rozamiento.

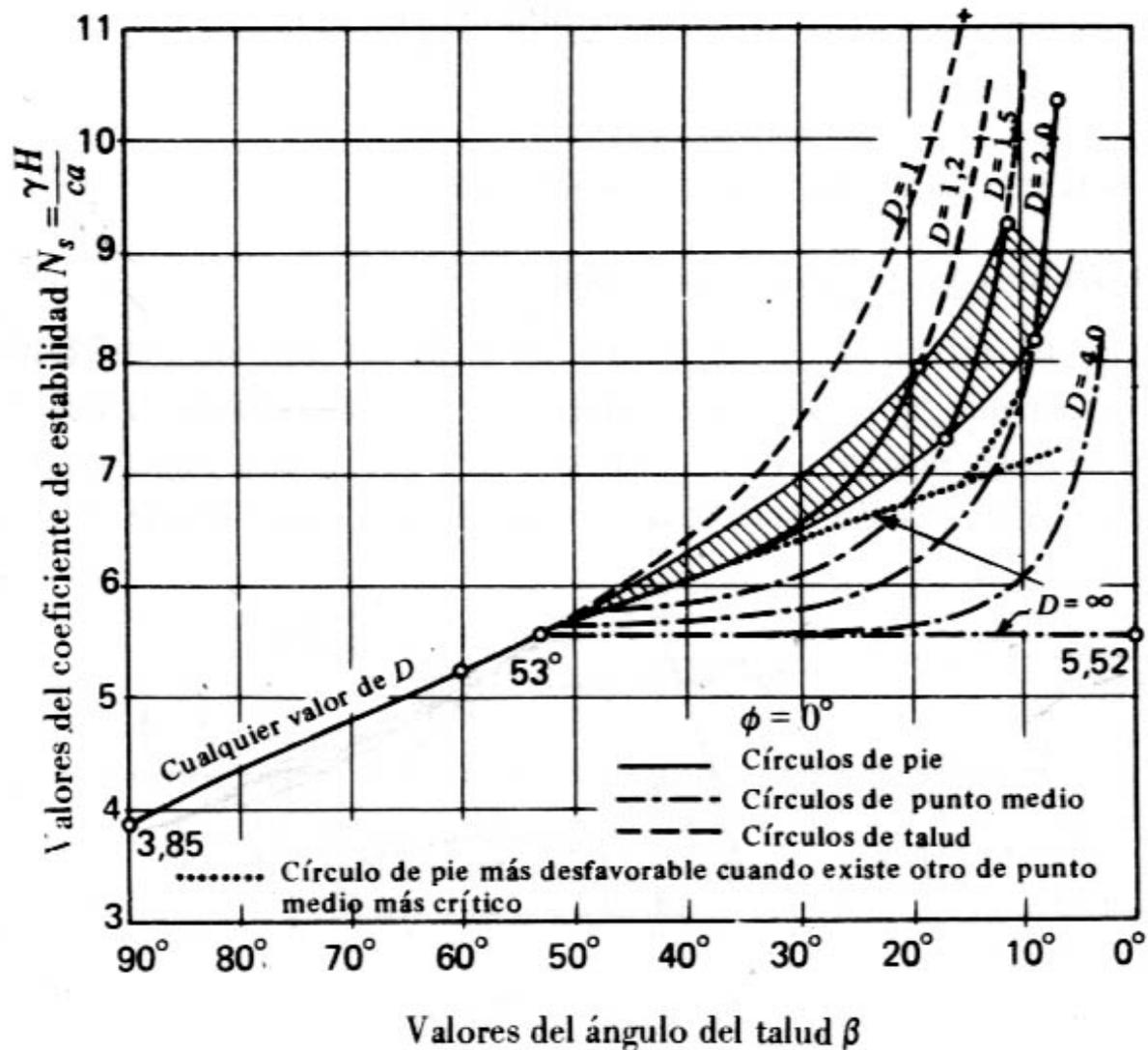
Parámetros básicos

Resistencia movilizada

$$c_a = S_{u_m} = \frac{S_u}{F}$$

Número de estabilidad (ábaco adimensional)

$$N_s = \frac{\gamma \cdot H}{c_a} = \frac{\gamma \cdot H}{\frac{S_u}{F}} = \frac{\gamma \cdot H \cdot F}{S_u}$$

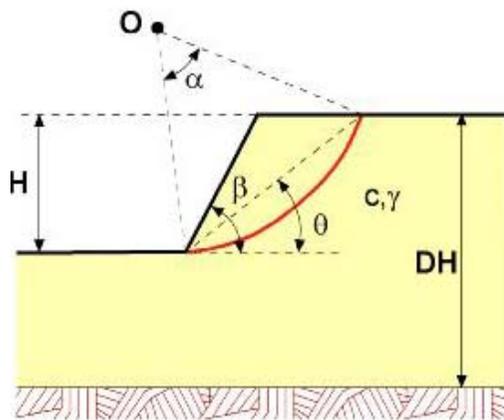


Cuanto mayor es F, mayor es N_s

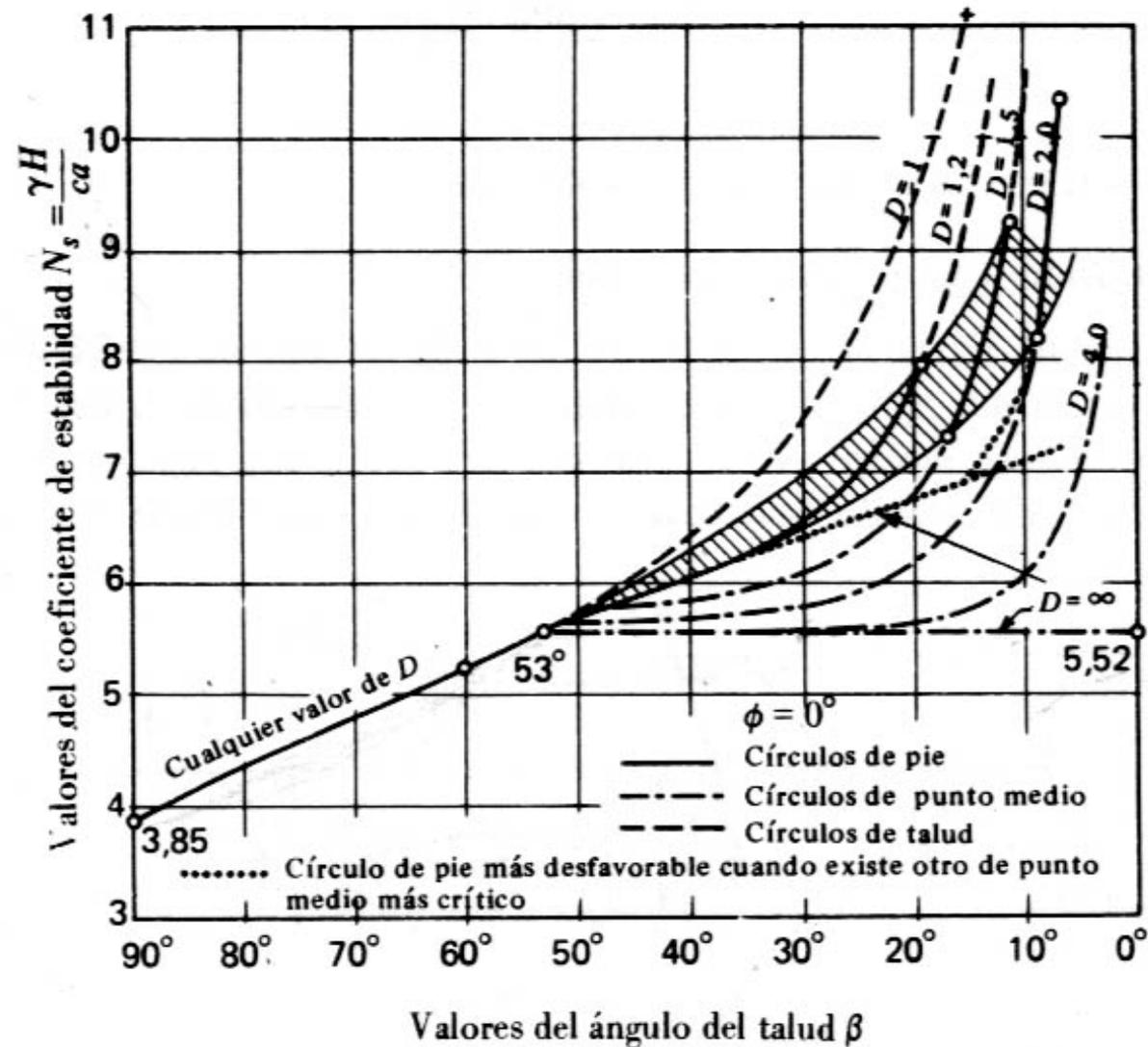
SISTEMATIZACIÓN DEL MÉTODO DEL CÍRCULO DE ROZAMIENTO. SOLUCIONES MEDIANTE ÁBACOS

Abaco de Taylor para terrenos homogéneos sin rozamiento.

- Si $\beta \geq 60^\circ$ el círculo crítico es superficial de pie



(a)



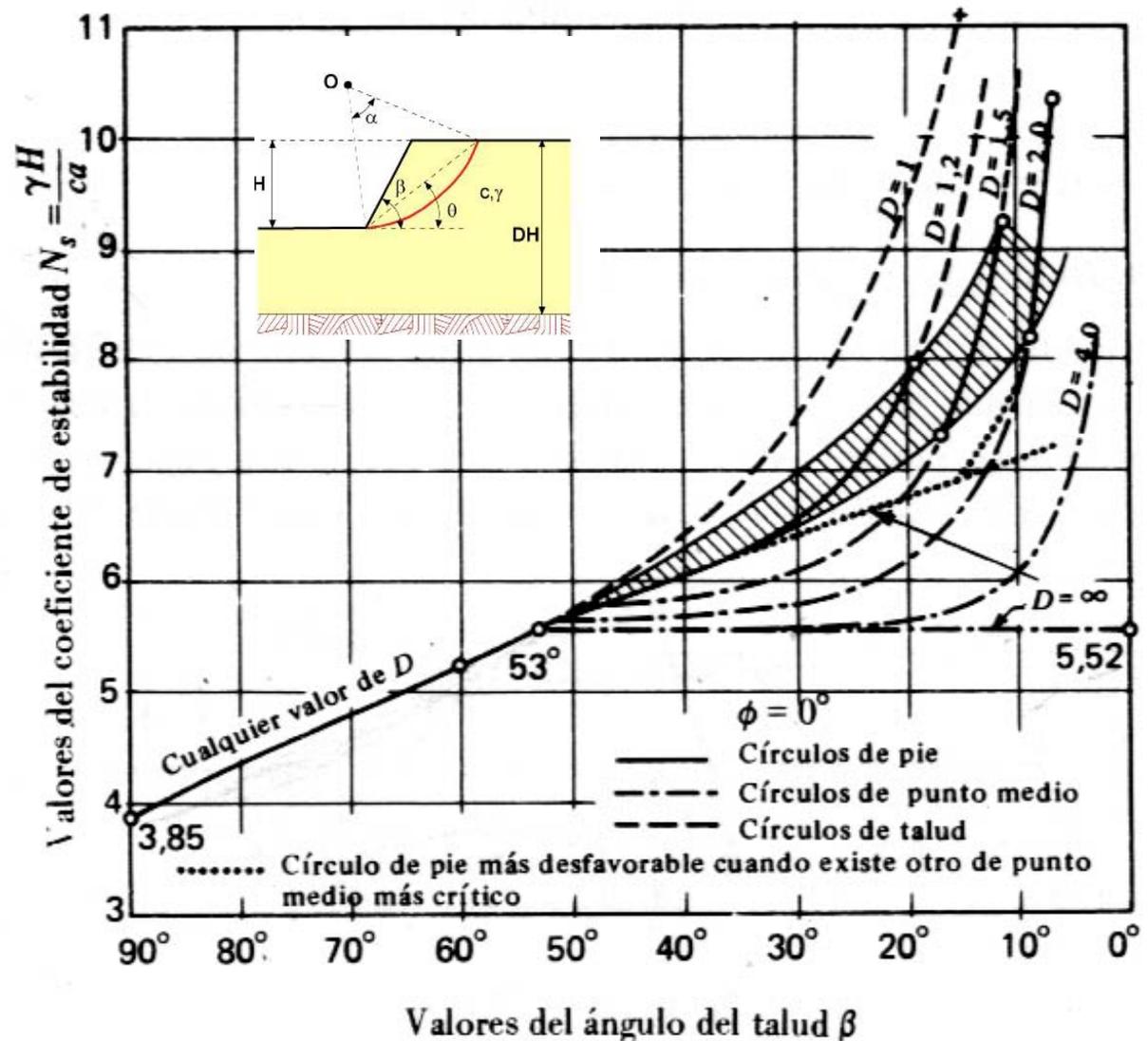
SISTEMATIZACIÓN DEL MÉTODO DEL CÍRCULO DE ROZAMIENTO. SOLUCIONES MEDIANTE ÁBACOS

Abaco de Taylor para terrenos homogéneos sin rozamiento.

• Si $60 > \beta \geq 53^\circ$, el círculo crítico es profundo de pie

Esta condición requiere que el factor de profundidad sea $D > 1$ (en caso contrario el círculo no podría profundizar por debajo del pie).

Si no se da esa condición y no puede desarrollarse un círculo profundo de pie, el círculo crítico será tangente al estrato duro y podrá cortar al talud (círculo de talud). En cualquier caso, para las inclinaciones de talud fijadas el número de estabilidad no será muy diferente si se considera o no la existencia del estrato duro.



SISTEMATIZACIÓN DEL MÉTODO DEL CÍRCULO DE ROZAMIENTO. SOLUCIONES MEDIANTE ÁBACOS

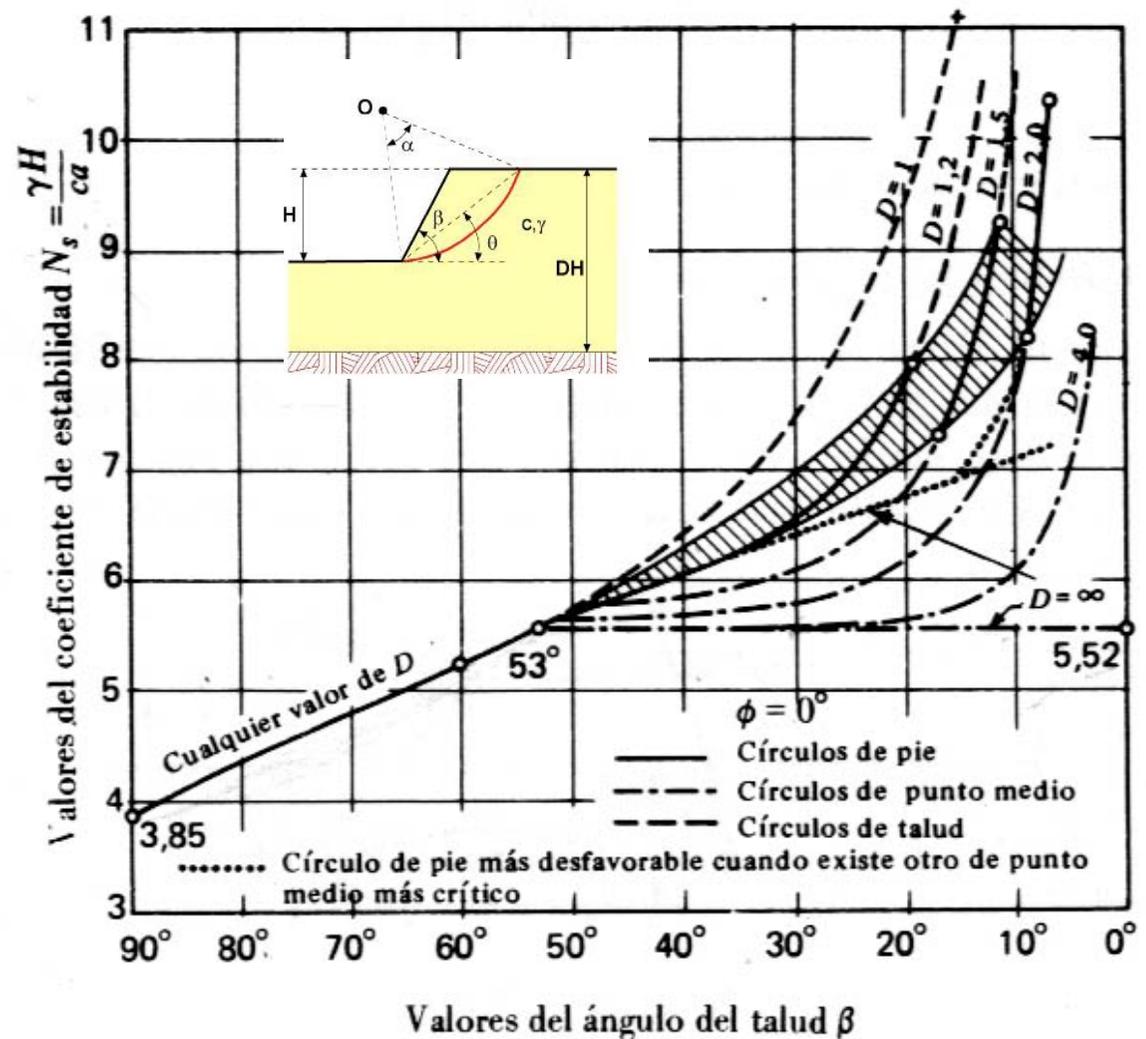
Abaco de Taylor para terrenos homogéneos sin rozamiento.

• Si $\beta < 53^\circ$ se pueden distinguir 4 casos:

1.- En la zona rayada los círculos críticos son de pie.

2.- Por debajo de la zona rayada el círculo crítico es profundo y tangente al estrato duro.

Además, para un terreno sin rozamiento el centro del círculo se sitúa en la vertical que pasa por el punto medio del talud, por lo que también se le denomina círculo de punto medio. Si no existe estrato duro ($D=\infty$), el círculo crítico sigue siendo profundo y de punto medio, y su radio es infinito. Observando el ábaco se puede comprobar que en esta situación el coeficiente de estabilidad es $N_s = 5,52$.

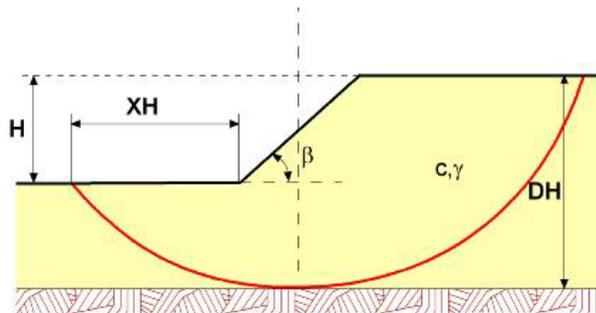


SISTEMATIZACIÓN DEL MÉTODO DEL CÍRCULO DE ROZAMIENTO. SOLUCIONES MEDIANTE ÁBACOS

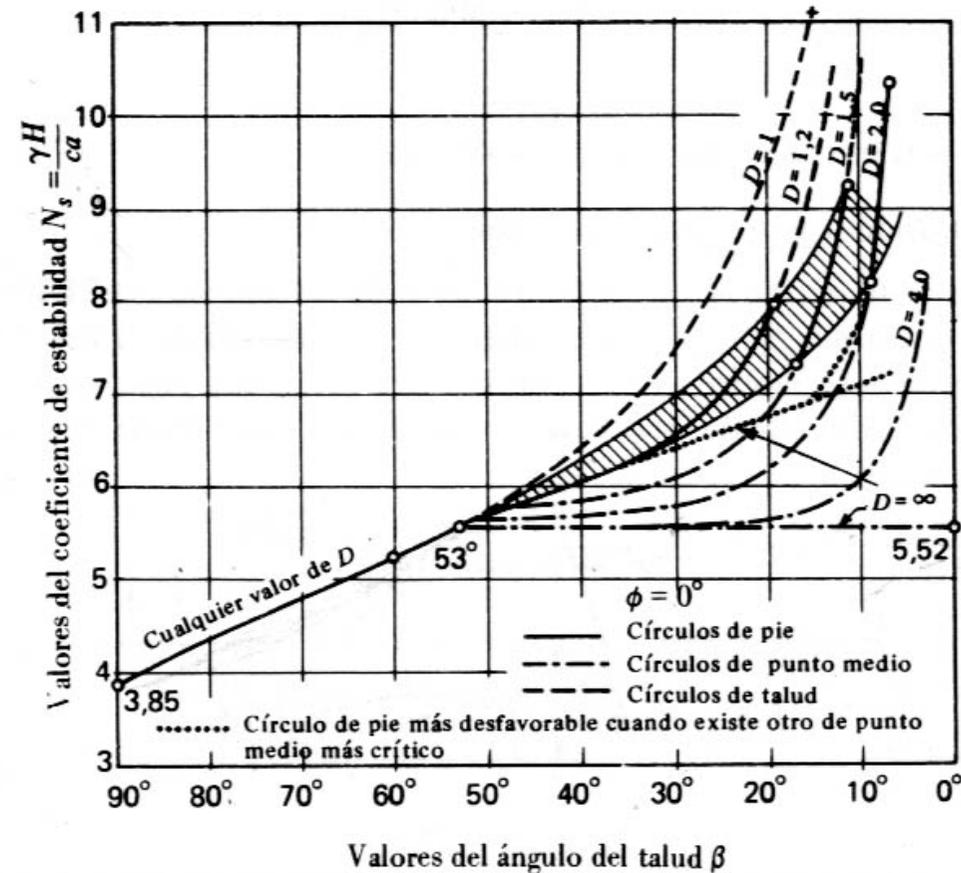
Abaco de Taylor para terrenos homogéneos sin rozamiento.

Si existe limitación de X el círculo crítico no podrá ser de punto medio.

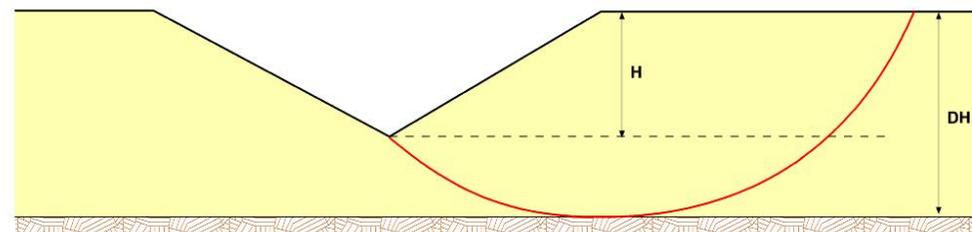
Para $X=0$, único caso resuelto por Taylor, el círculo más desfavorable será de pie y la evaluación de su seguridad puede realizarse a partir de la línea de puntos del ábaco.



(a)



- Por encima de la zona rayada los círculos críticos son de talud y tangentes al estrato duro.



SISTEMATIZACIÓN DEL MÉTODO DEL CÍRCULO DE ROZAMIENTO. SOLUCIONES MEDIANTE ÁBACOS

Abaco de Taylor para terreno homogéneo con cohesión y rozamiento

Resistencia movilizada

$$c_a = c'_m = \frac{c'}{F} \quad \phi_a = \phi'_m = \arctan\left(\frac{\tan\phi'}{F}\right)$$

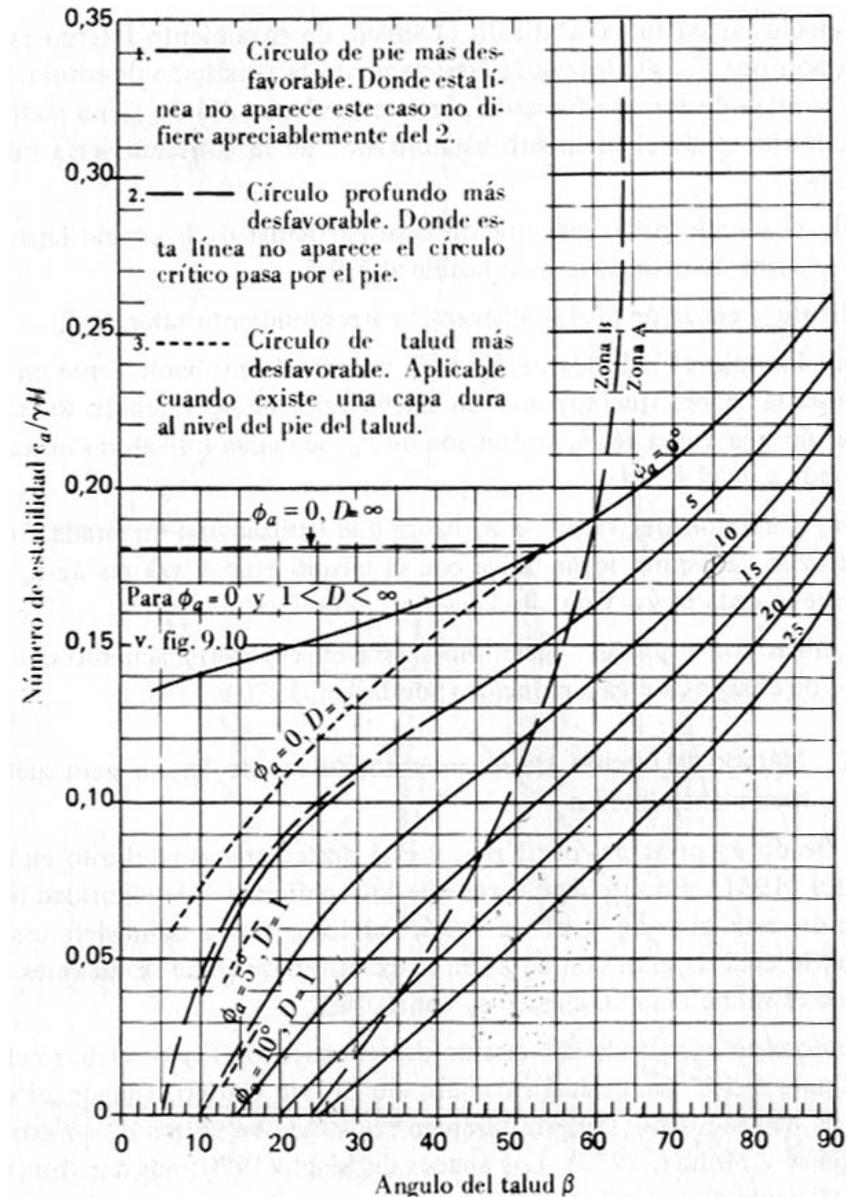
Número de estabilidad (ábaco adimensional)

$$N = \frac{c_a}{\gamma \cdot H} = \frac{c'}{\gamma \cdot H \cdot F}$$

Cuanto mayor sea N, menor resulta F.

En zona A, círculos críticos de pie. En zona B, profundos.

Necesita calcular por tanteos sucesivos.



SISTEMATIZACIÓN DEL MÉTODO DEL CÍRCULO DE ROZAMIENTO. SOLUCIONES MEDIANTE ÁBACOS



URIEL & ASOCIADOS
S.A. DE INGENIERIA GEOTECNICA

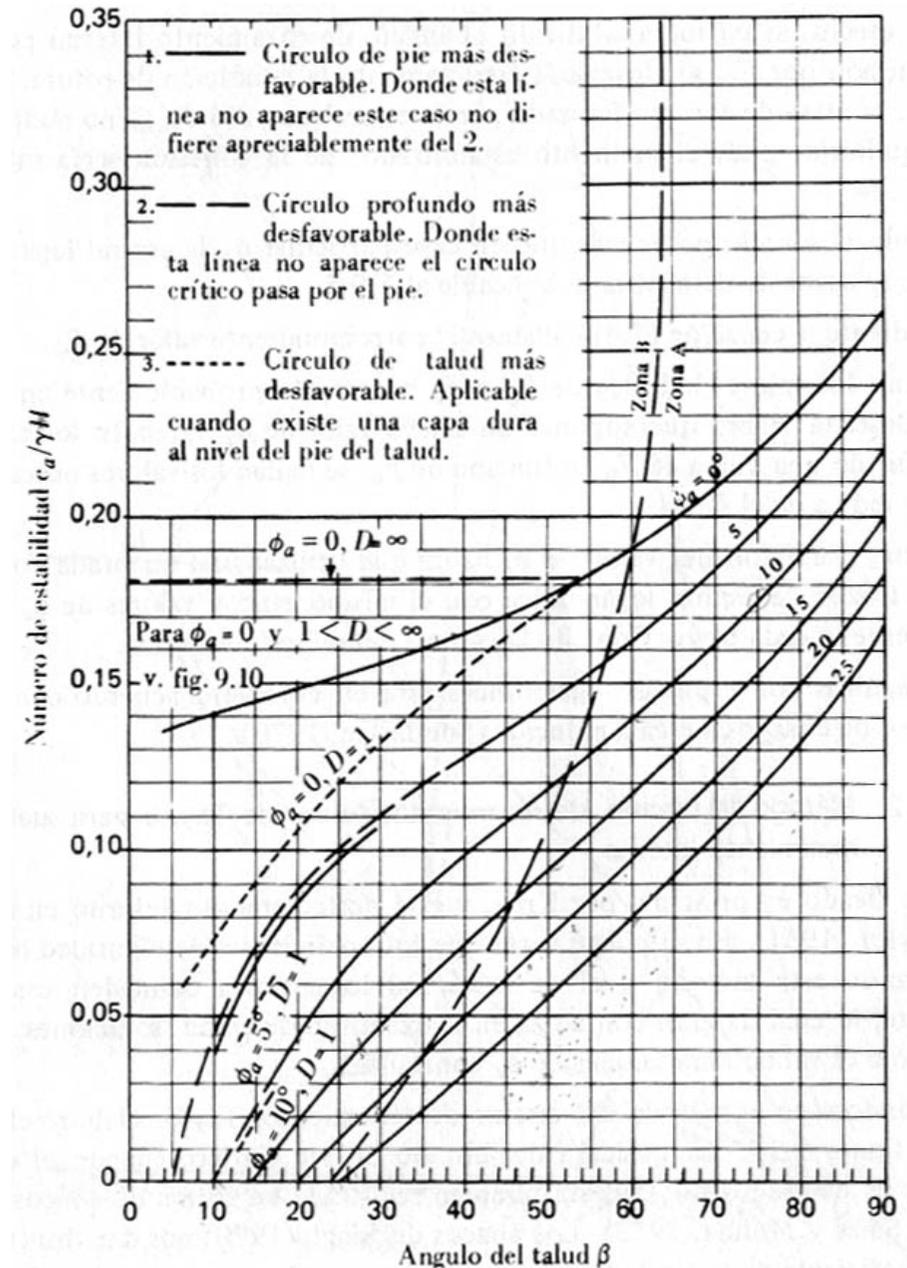
Abaco de Taylor para terreno homogéneo con cohesión y rozamiento

$$\phi_a = 5^\circ$$

1.a.- Para $\beta > 57^\circ$ se está en zona A y por lo tanto el círculo crítico es superficial de pie (línea continua).

1.b.- Para $33 < \beta < 57^\circ$ se está en zona B, luego el círculo crítico penetra por debajo del pie del talud. Además es un círculo de pie (línea continua), luego siguiendo la terminología de la figura 8.1 se trataría de un círculo profundo de pie ($D > 1$). No obstante, este mecanismo podría no ser posible en el caso de que existiera un estrato duro a escasa profundidad que no dejara que el círculo profundizara. Esta cuestión se analiza más adelante.

1.c.- Para $\beta < 33^\circ$ la línea es discontinua con trazos largos, por lo que el círculo crítico será profundo. De nuevo, su desarrollo podría estar condicionado a la existencia de un estrato duro a escasa profundidad (limitación de D), o a la existencia de terreno junto al pie del talud (limitación de X). Ambos casos se discuten más adelante.



SISTEMATIZACIÓN DEL MÉTODO DEL CÍRCULO DE ROZAMIENTO. SOLUCIONES MEDIANTE ÁBACOS

Abaco de Taylor para terreno homogéneo con cohesión y rozamiento

$$\phi_a = 10^\circ$$

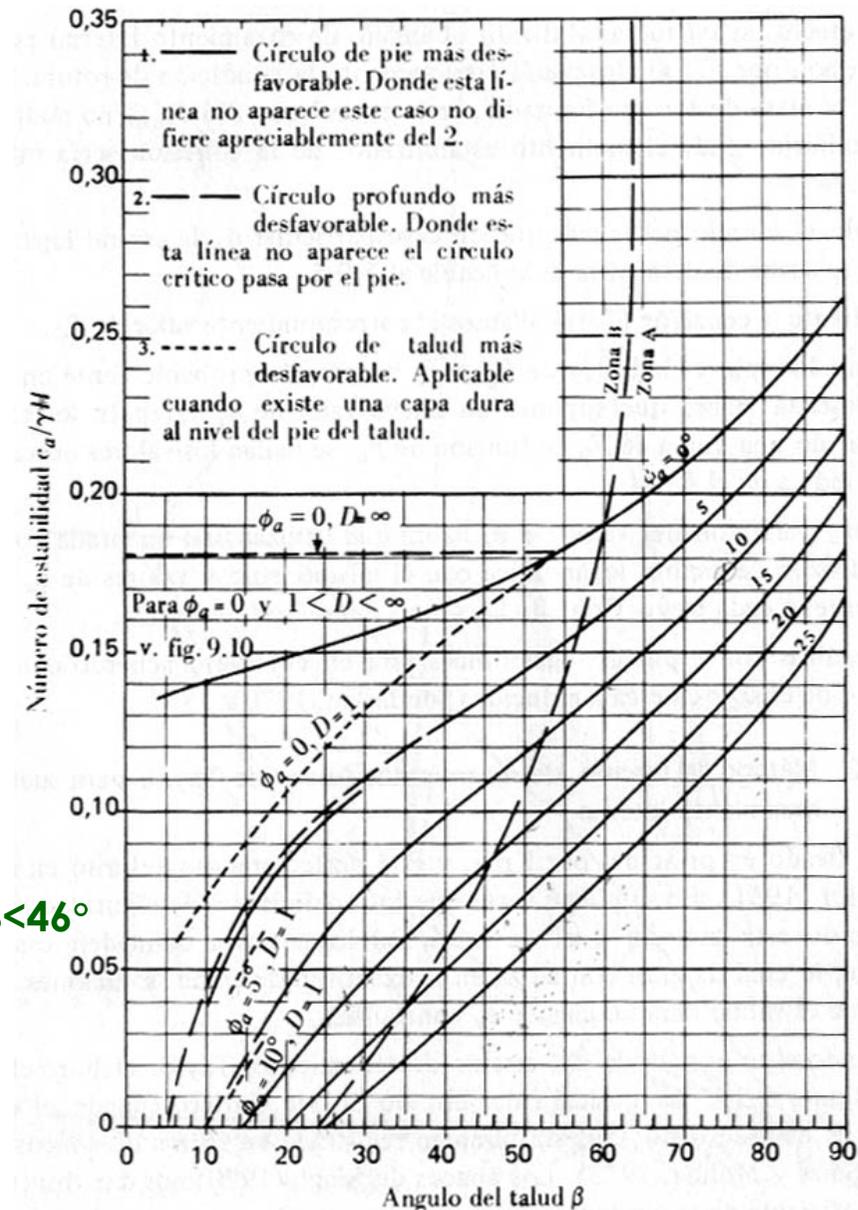
2.a.- Para $\beta > 52^\circ$ la situación es análoga a la 1(a). El círculo crítico es superficial de pie.

2.b.- Para $15 < \beta < 52^\circ$ la situación es análoga a la 1(b). El círculo crítico es profundo de pie, con las limitaciones señaladas.

2.c.- Para $\beta < 15^\circ$ la situación es análoga a la 1(c). El círculo crítico es profundo con las limitaciones señaladas.

$$\phi_a = 15^\circ$$

3.a.- Los círculos críticos pasan siempre por el pie del talud. Para $\beta > 46^\circ$ son superficiales de pie, y para $\beta < 46^\circ$ profundos de pie.



SISTEMATIZACIÓN DEL MÉTODO DEL CÍRCULO DE ROZAMIENTO. SOLUCIONES MEDIANTE ÁBACOS

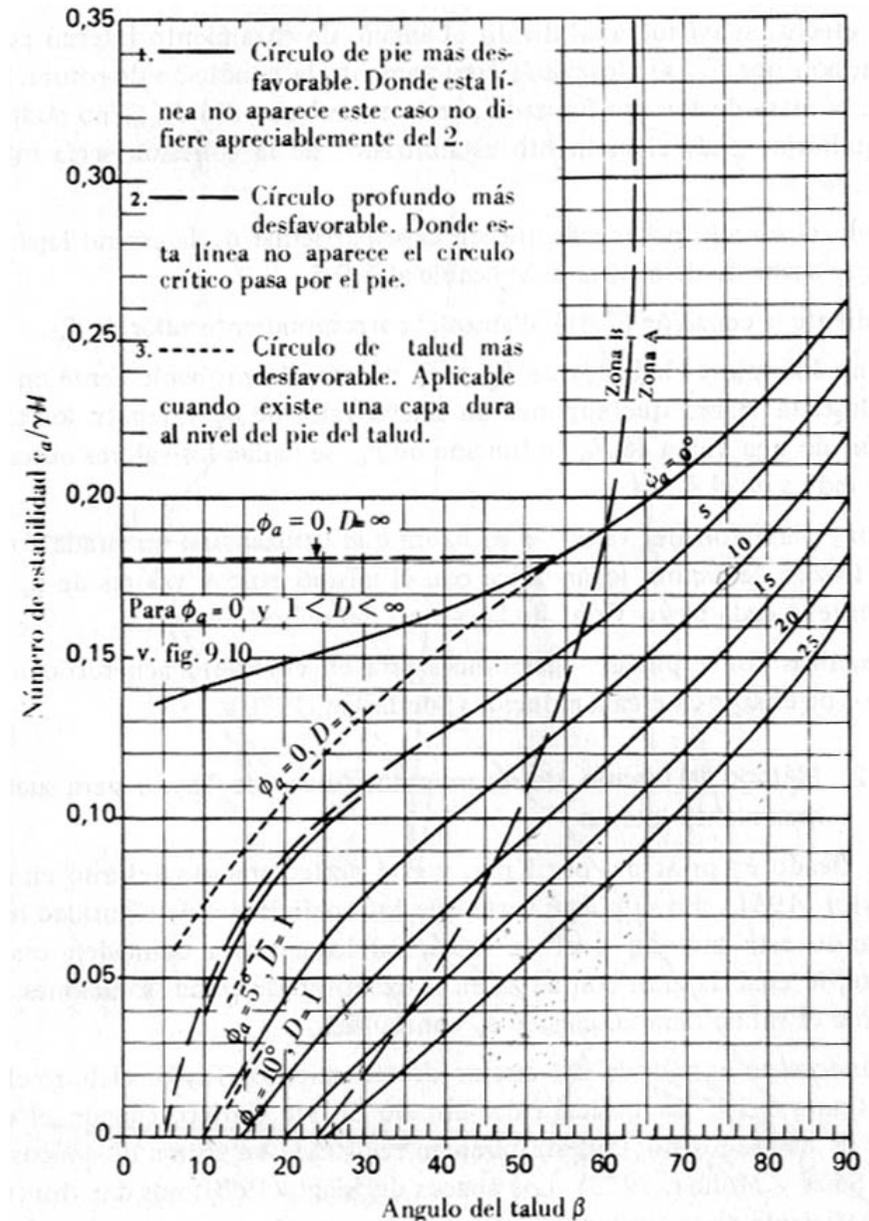
Abaco de Taylor para terreno homogéneo con cohesión y rozamiento

$$\phi_a = 20^\circ$$

4.a.- Los círculos críticos pasan siempre por el pie del talud. Para $\beta > 35^\circ$ son superficiales de pie, y para $\beta < 35^\circ$ profundos de pie.

$$\phi_a = 25^\circ$$

5.a.- Los círculos críticos son siempre superficiales de pie.



SISTEMATIZACIÓN DEL MÉTODO DEL CÍRCULO DE ROZAMIENTO. SOLUCIONES MEDIANTE ÁBACOS

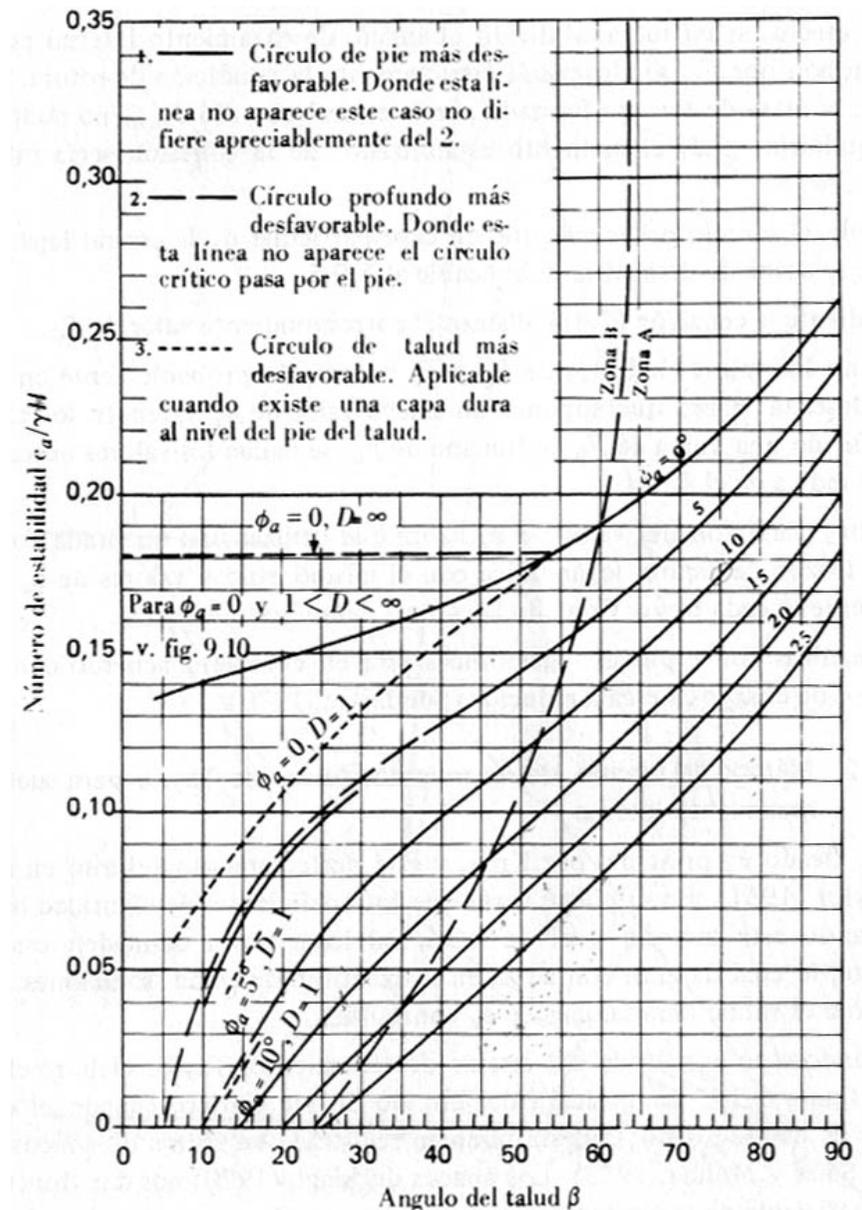
Abaco de Taylor para terreno homogéneo con cohesión y rozamiento

Limitaciones de X

Para $\phi_a = 5^\circ$ y $10 < \beta < 30^\circ$ el ábaco muestra una línea continua por debajo de la de trazos largos. Esta línea proporciona el número de estabilidad para el círculo superficial de pie más desfavorable, aunque ya se ha señalado que el crítico es profundo (la línea de trazos largos está por encima de la continua).

Esta situación serviría por tanto para el caso anunciado de existencia de suelo u otro impedimento junto al pie ($X=0$) que limite el desarrollo de un círculo profundo.

En cualquier caso, la diferencia entre los números de estabilidad de ambas líneas es muy pequeña, y suponer el profundo se encuentra del lado de la seguridad, aunque no se pueda producir

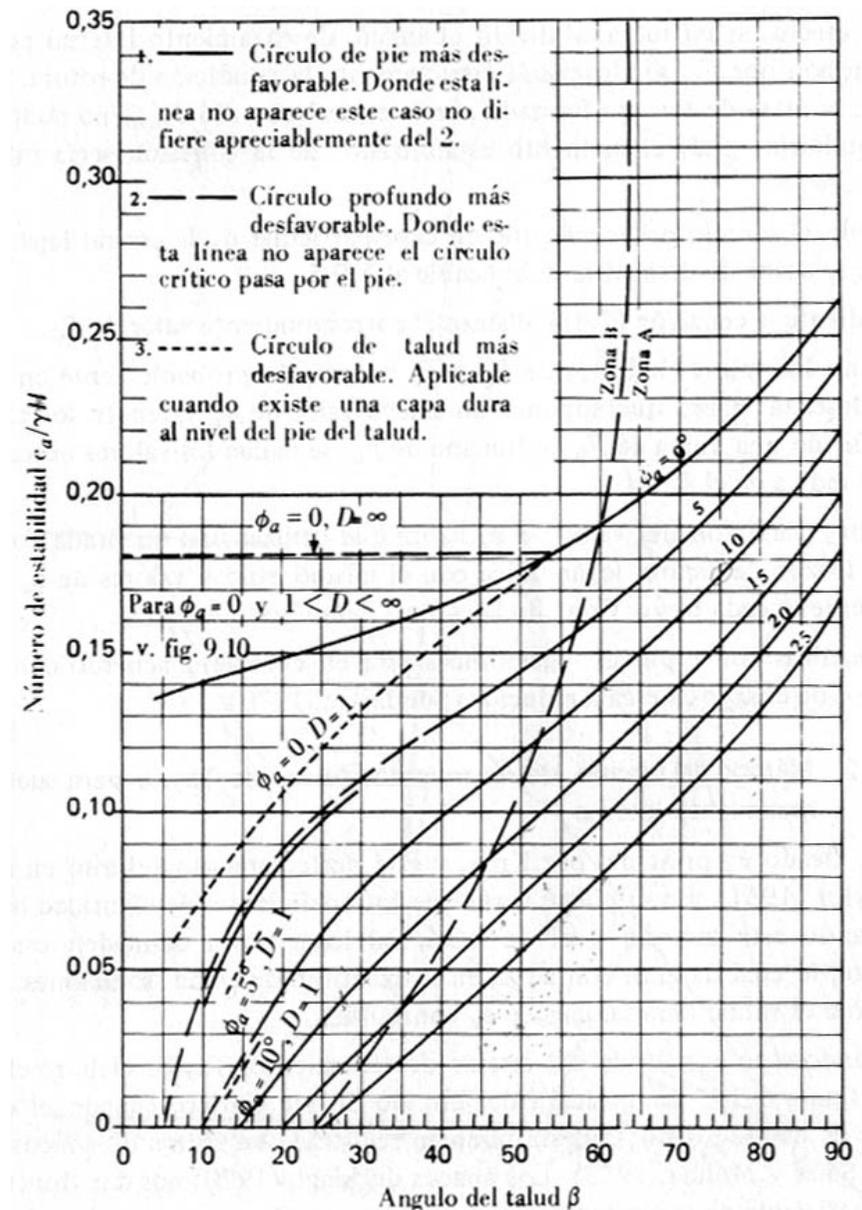


SISTEMATIZACIÓN DEL MÉTODO DEL CÍRCULO DE ROZAMIENTO. SOLUCIONES MEDIANTE ÁBACOS

Abaco de Taylor para terreno homogéneo con cohesión y rozamiento

Limitaciones de D

En el ábaco se observan dos pequeños tramos de trazo corto en los que figura $D=1$ para $\phi_a = 5^\circ$ y $\phi_a = 10^\circ$. Corresponden a los círculos de talud (caso 3 del ábaco) más desfavorables para el caso anunciado de que la existencia de un estrato duro no permita el desarrollo de círculos profundos. De nuevo, suponer el círculo profundo a efectos de cálculo, aunque no pueda producirse, resulta conservador, ya que proporciona un menor coeficiente de seguridad.



SISTEMATIZACIÓN DEL MÉTODO DEL CÍRCULO DE ROZAMIENTO. SOLUCIONES MEDIANTE ÁBACOS

Abaco de Taylor para terreno homogéneo con cohesión y rozamiento

Limitaciones con respecto a la presión de agua

El ábaco es sólo estrictamente válido para taludes sin presión intersticial. Se puede obtener sin embargo una idea (sólo aproximada) del coeficiente de seguridad cuando exista presión intersticial a partir del siguiente procedimiento:

Conocido el régimen de presión intersticial en términos del factor: $r_u = \frac{u}{\gamma \cdot h} = \frac{u}{\sigma_v}$

se puede suponer que: $\tau = c' + (\sigma_n - u) \tan \phi' \approx c' + (\sigma_v - u) \cdot \tan \phi'$

En consecuencia, se puede establecer: $\tau = c' + (\sigma_v - r_u \cdot \sigma_v) \tan \phi' = c' + \sigma_v \cdot (1 - r_u) \tan \phi'$

lo que permite emplear un rozamiento ficticio ϕ'' en el ábaco que incorpore el efecto de la presión intersticial, de tal forma que:

$$\tan \phi'' = (1 - r_u) \cdot \tan \phi'$$

ABACOS DE HOEK & BRAY

Se desarrollan para estudio de roturas circulares en macizos rocosos fuertemente alterados y fracturados, en cuyo caso pueden llegar a comportarse como si de un “suelo homogéneo” se tratara.

Se basan en el método del círculo de rozamiento, con la hipótesis conservadora de concentración de tensiones en un sólo punto del círculo de deslizamiento.

Incorporan dos efectos de indudable interés y utilidad práctica:

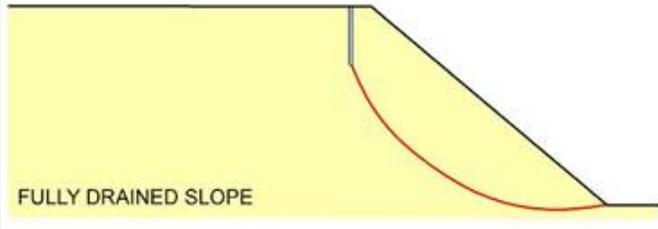
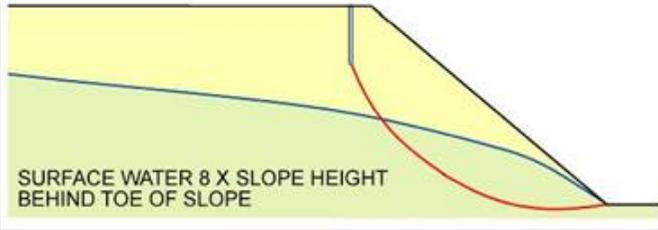
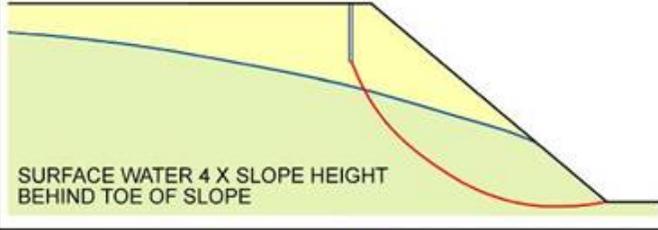
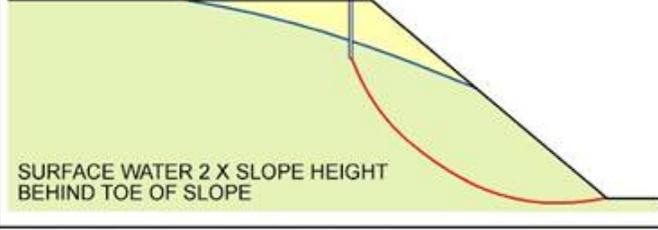
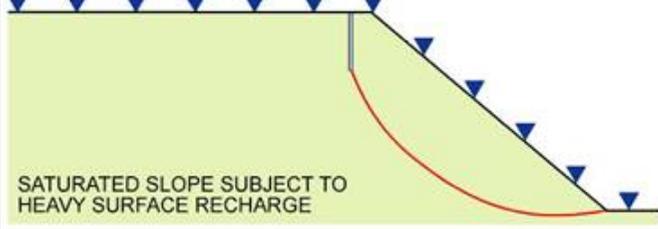
- **La existencia de presiones intersticiales en el seno del talud (redes de flujo).**
- **El desarrollo de una grieta de tracción en la coronación del talud.**

SISTEMATIZACIÓN DEL MÉTODO DEL CÍRCULO DE ROZAMIENTO. SOLUCIONES MEDIANTE ÁBACOS

Abacos de Hoek & Bray.

El proceso a seguir para el empleo de los ábacos es el siguiente:

1.- Selección del régimen de flujo.
Presión intersticial.

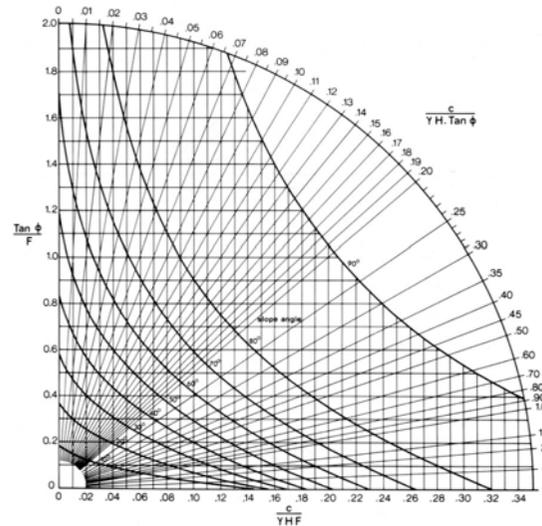
GROUNDWATER FLOW CONDITIONS	CHART NUMBERS
 <p>FULLY DRAINED SLOPE</p>	1
 <p>SURFACE WATER 8 X SLOPE HEIGHT BEHIND TOE OF SLOPE</p>	2
 <p>SURFACE WATER 4 X SLOPE HEIGHT BEHIND TOE OF SLOPE</p>	3
 <p>SURFACE WATER 2 X SLOPE HEIGHT BEHIND TOE OF SLOPE</p>	4
 <p>SATURATED SLOPE SUBJECT TO HEAVY SURFACE RECHARGE</p>	5

SISTEMATIZACIÓN DEL MÉTODO DEL CÍRCULO DE ROZAMIENTO. SOLUCIONES MEDIANTE ÁBACOS

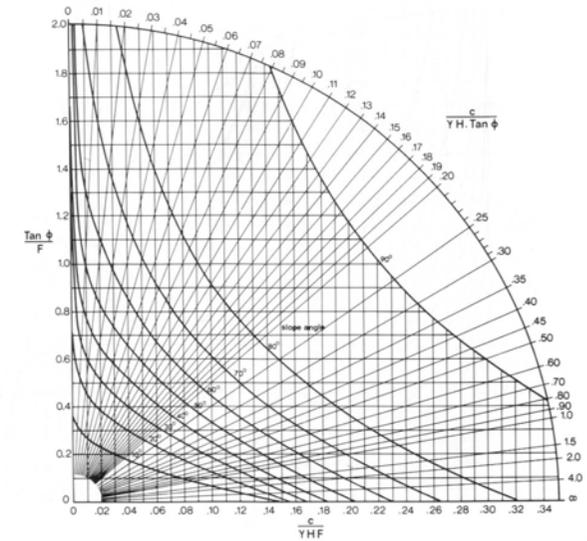
Abacos de Hoek & Bray.

2.- Selección del ábaco.

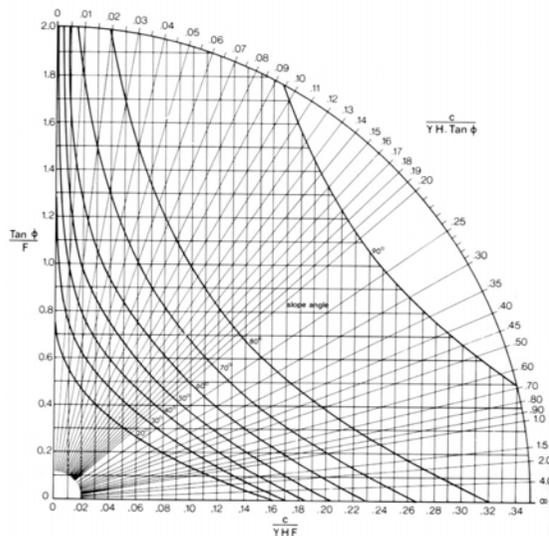
CIRCULAR FAILURE CHART NUMBER 1



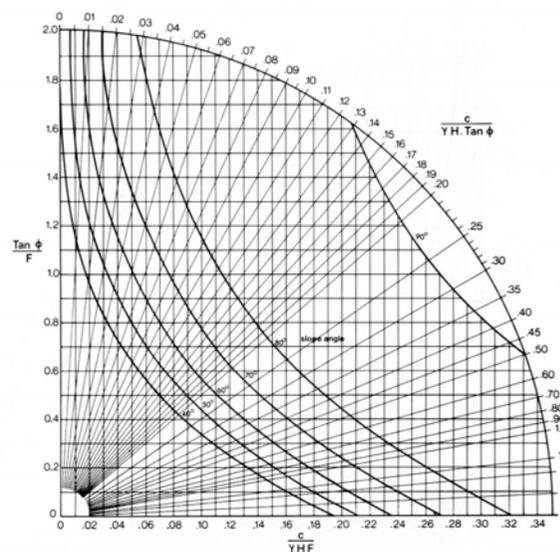
CIRCULAR FAILURE CHART NUMBER 2



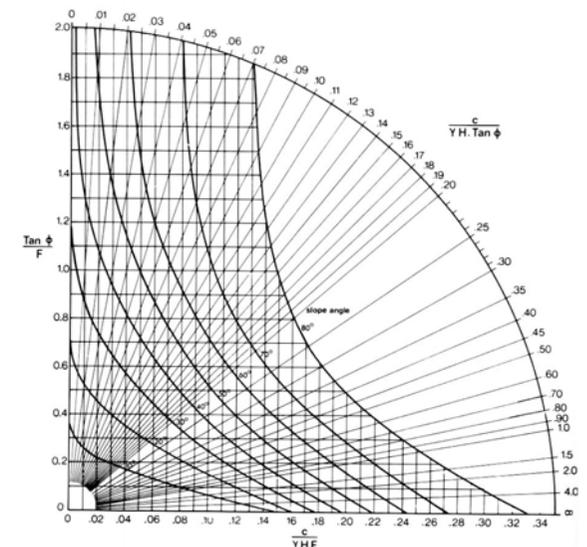
CIRCULAR FAILURE CHART NUMBER 3



CIRCULAR FAILURE CHART NUMBER 4



CIRCULAR FAILURE CHART NUMBER 5



SISTEMATIZACIÓN DEL MÉTODO DEL CÍRCULO DE ROZAMIENTO. SOLUCIONES MEDIANTE ÁBACOS

Abacos de Hoek & Bray.

3.- En el ábaco seleccionado se determina el parámetro adimensional

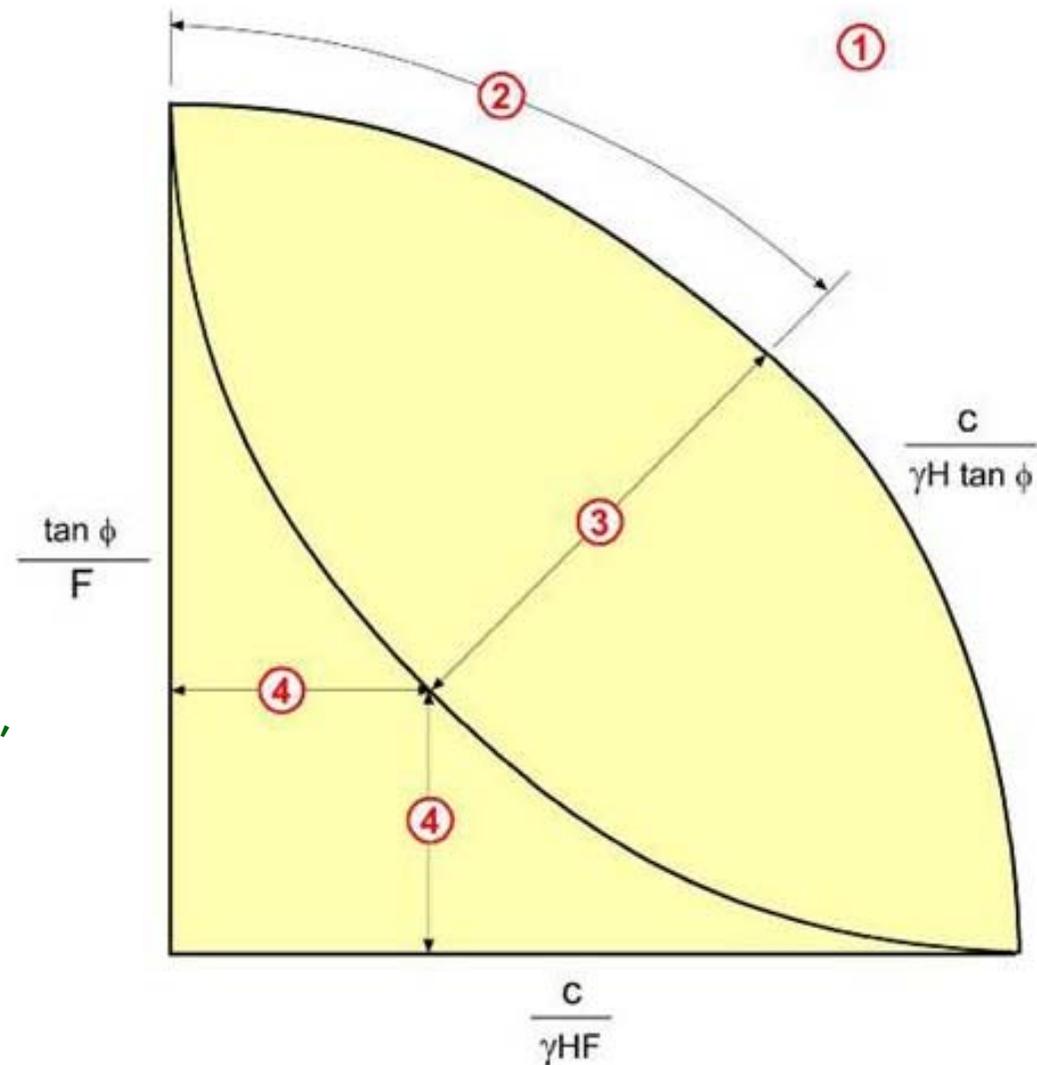
$$\frac{c'}{\gamma \cdot H \cdot \tan \phi'}$$

4.- Se recorre el radio del ábaco hacia el origen de coordenadas, hasta interceptar la línea que representa el ángulo de inclinación del talud.

5.- Se traza una horizontal o una vertical, que proporcionan respectivamente los parámetros adimensionales

$$\frac{\tan \phi'}{F} \quad \text{y} \quad \frac{c'}{\gamma \cdot H \cdot F}$$

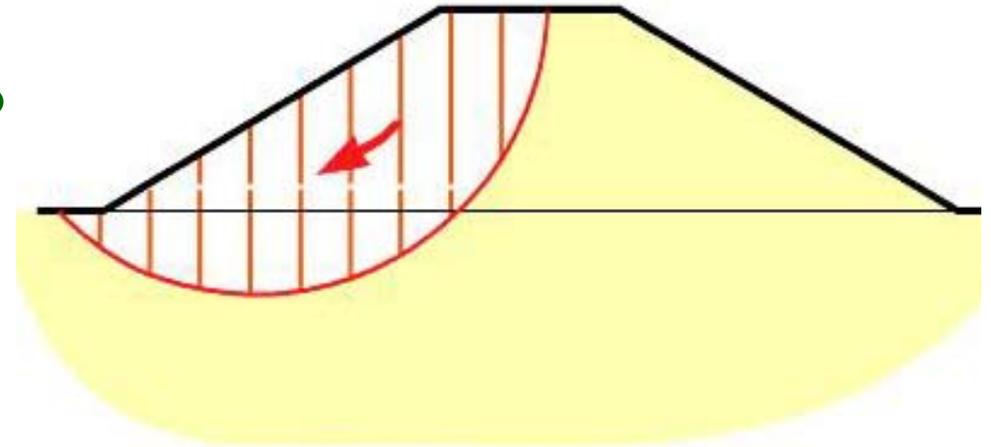
6.- Se obtiene F



Fundamentos

El método del círculo de rozamiento se encontraba matemáticamente indeterminado al existir un mayor número de incógnitas que de ecuaciones.

Para evitar este efecto era necesario realizar alguna hipótesis sobre la distribución de tensiones efectivas normales a lo largo de la superficie de deslizamiento.



Fellenius planteó dividir la masa potencialmente inestable en una serie de fajas o rebanadas verticales.

La idea proviene del razonamiento intuitivo de que la tensión normal en un punto cualquiera de una superficie de deslizamiento ha de depender fundamentalmente del peso de suelo que gravita sobre él. De esta manera, dividiendo la masa de suelo en rebanadas suficientemente pequeñas (es decir, en un número suficientemente grande de rebanadas), se puede asumir que las fuerzas normales en cada rebanada actúan en el punto medio de su base.

Fundamentos

El estudio del equilibrio de las rebanadas da lugar a la necesidad de considerar las fuerzas de interacción que actúan entre ellas. Las diferencias entre los diversos métodos de rebanadas provienen en general de las hipótesis realizadas en este sentido.

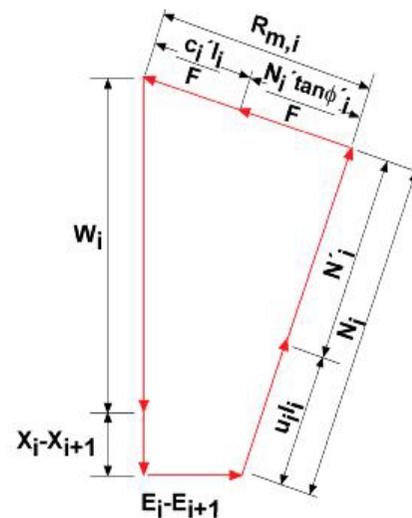
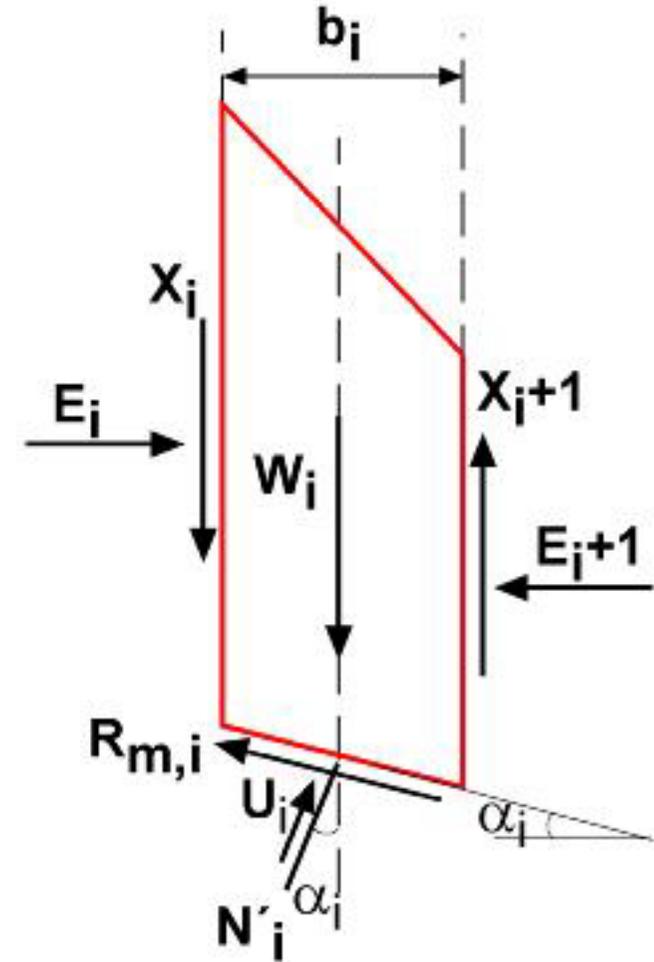
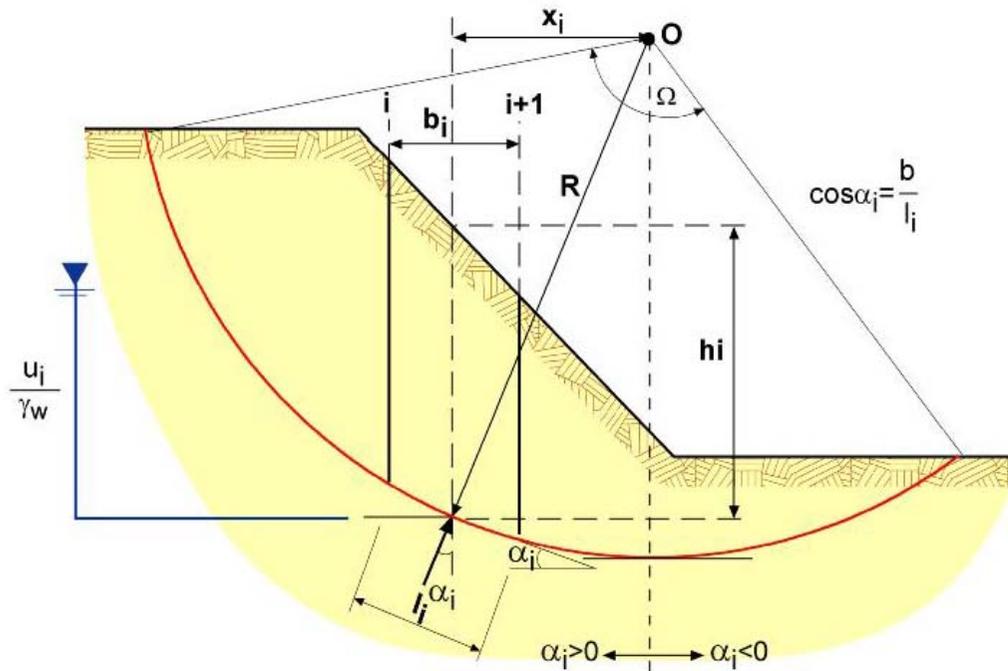
Además de su mayor precisión, los métodos de rebanadas permiten:

- Variar los parámetros de resistencia al corte (c' , ϕ') a lo largo de la superficie de deslizamiento, rebanada a rebanada, de manera que es posible considerar taludes no homogéneos con diversos tipos de terreno.
- Algunos métodos no requieren que las superficies de deslizamiento a tantear sean circulares, de forma que facilitan el análisis de formas de rotura gobernadas por heterogeneidades geológicas o estratigráficas.

Se dividen en métodos aproximados y rigurosos, dependiendo de si cumplen o no las tres ecuaciones de equilibrio.

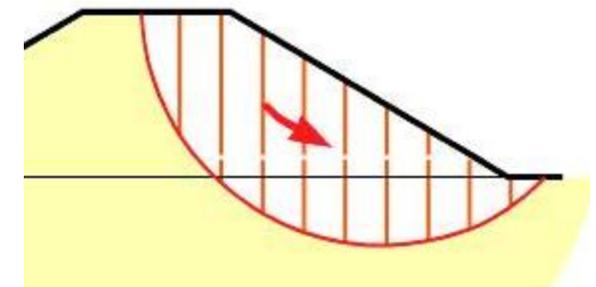
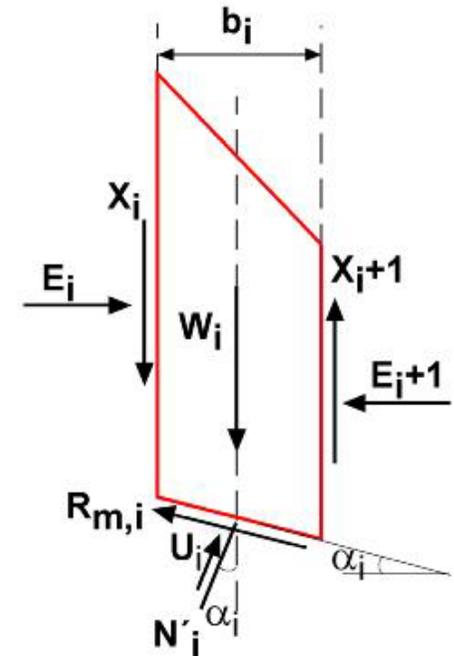
MÉTODOS DE REBANADAS

Definición de rebanadas. Geometría. Fuerzas actuantes.



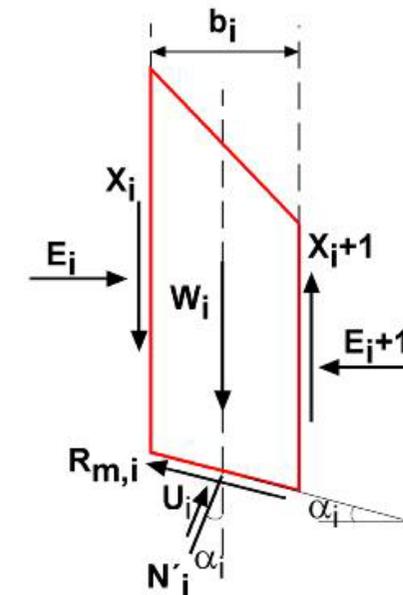
Definición de rebanadas. Incógnitas.

Parámetro	Nº de incógnitas existentes	Observaciones
Fuerzas N'_i	n	Una por rebanada
Punto de aplicación de N'_i	n	Una por rebanada
Resistencia al corte movilizada $R_{m,i}$	n	Una por rebanada
Fuerzas tangenciales entre rebanadas X_i	$n-1$	En las rebanadas extremas sólo actúa una, interior al talud.
Fuerzas normales entre rebanadas (E_i)	$n-1$	En las rebanadas extremas sólo actúa una, interior al talud.
Punto de aplicación de fuerzas normales (E_i)	$n-1$	En las rebanadas extremas sólo actúa una, interior al talud
Coefficiente de seguridad (F)	1	Se supone constante a lo largo de toda la superficie de deslizamiento
SUMA	$6n-2$	



Definición de rebanadas. Ecuaciones.

Relación básica	Nº de ecuaciones disponibles	Observaciones
Equilibrio de fuerzas horizontales	n	Una por rebanada
Equilibrio de fuerzas verticales	n	Una por rebanada
Equilibrio de momentos	n	Una por rebanada
Criterio de rotura (Mohr-Coulomb)	n	Uno por rebanada
SUMA	4n	



Existen $(6n-2)-4n = (2n-2)$ más incógnitas que ecuaciones.

Para resolver el problema es necesario realizar $(2n-2)$ hipótesis adicionales.

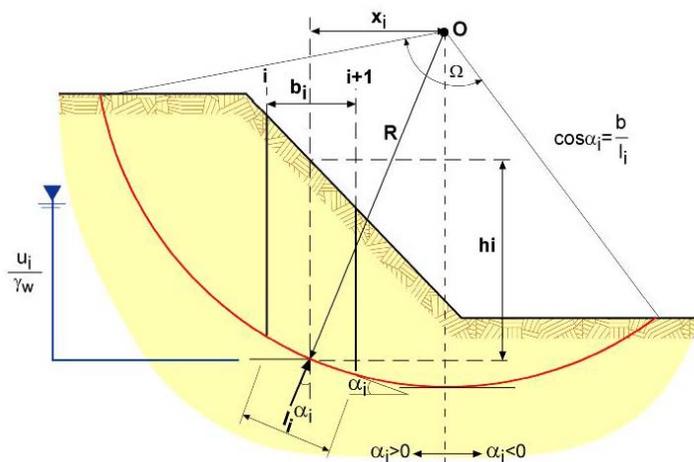
Método de Fellenius o "convencional" (1936).

1.- Criterio de rotura y resistencia movilizada.

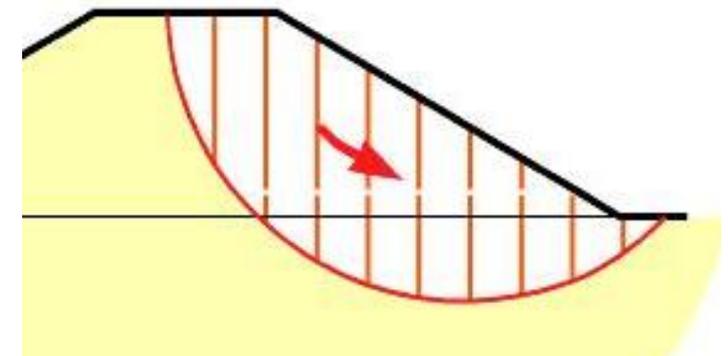
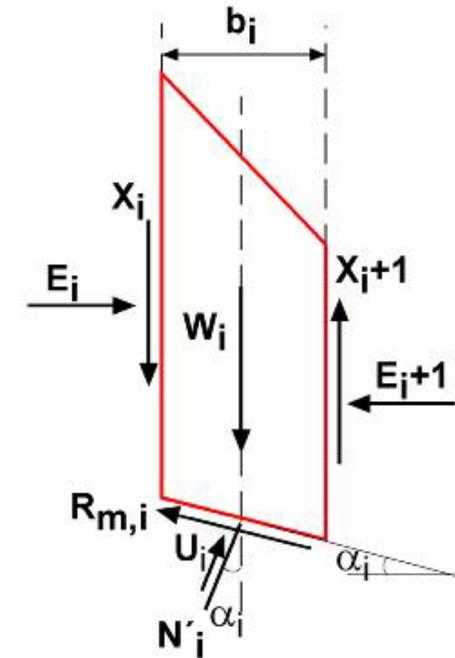
$$\tau_{m,i} = \frac{c'_i}{F} + \sigma'_{n,i} \cdot \frac{\tan \phi'_i}{F} = c'_{m,i} + \sigma'_{n,i} \cdot \tan \phi'_{m,i}$$

$$R_{m,i} = \frac{c'_i}{F} \cdot l_i + N'_i \cdot \frac{\tan \phi'_i}{F} = c'_{m,i} \cdot l_i + N'_i \cdot \tan \phi'_{m,i}$$

2.- Equilibrio de momentos.



$$\sum_1^n W_i \cdot x_i = \sum_1^n R_{m,i} \cdot R$$



Método de Fellenius o “convencional”

$$\sum_1^n W_i \cdot x_i = \sum_1^n R_{m,i} \cdot R$$

Aparece $R_{m,i}$, de forma que introduciendo su expresión:

$$\sum_1^n W_i \cdot R \cdot \text{sen} \alpha_i = \sum_1^n \left[\frac{c'_i \cdot l_i}{F} + (N_i - u_i \cdot l_i) \cdot \frac{\tan \phi'_i}{F} \right] \cdot R$$

Como F es único, puede salir del sumatorio:

$$F = \frac{\sum_1^n [c'_i \cdot l_i + (N_i - u_i \cdot l_i) \tan \phi'_i]}{\sum_1^n W_i \cdot \text{sen} \alpha_i}.$$

Método de Fellenius o “convencional”

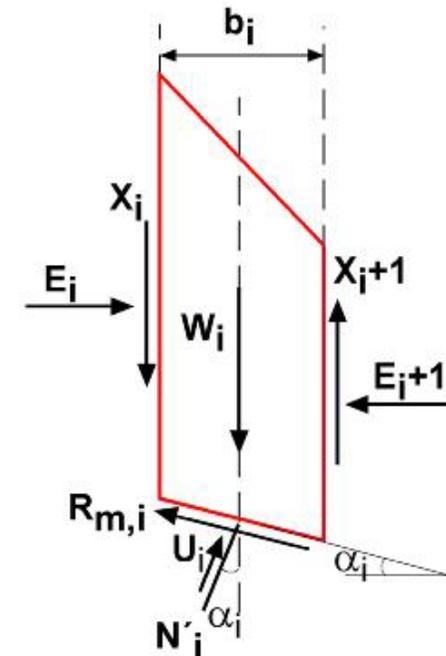
3.- Para determinar N_i , Fellenius eligió el equilibrio de fuerzas en la perpendicular a la base de la rebanada:

$$N_i = (N'_i + U_i) = [W_i + X_i - X_{i+1}] \cdot \cos \alpha_i - [E_i - E_{i+1}] \cdot \text{sen} \alpha_i$$

Y sustituyendo en la expresión de F:

$$F = \frac{1}{\sum_1^n W_i \cdot \text{sen} \alpha_i} \cdot \sum_1^n \{ [c'_i \cdot l_i + (W_i \cos \alpha_i - u_i \cdot l_i) \tan \phi'_i] + [(X_i - X_{i+1}) \cdot \cos \alpha_i - (E_i - E_{i+1}) \text{sen} \alpha_i] \tan \phi'_i \}$$

Nótese que aparecen las fuerzas entre rebanadas, X_i y E_i , que son desconocidas.



Método de Fellenius o “convencional”

Fellenius decidió realizar la hipótesis simplificadora de que:

$$\forall i; X_i = E_i = 0$$

Con lo que el factor de seguridad queda:

$$F = \frac{\sum_1^n [c'_i \cdot l_i + (W_i \cos \alpha_i - u_i \cdot l_i) \cdot \tan \phi'_i]}{\sum_1^n W_i \cdot \text{sen} \alpha_i}$$

Parámetro	Nº de hipótesis
Punto de aplicación de N'_i	n
Fuerzas tangenciales entre rebanadas X_i	n-1
Fuerzas normales entre rebanadas (E_i)	n-1
SUMA	3n-2

- n hipótesis más de las necesarias.
- Muy sencillo de aplicar.
- Con ángulos centrales grandes y presiones intersticiales elevadas, proporciona factores de seguridad en exceso conservadores (N' muy pequeña).

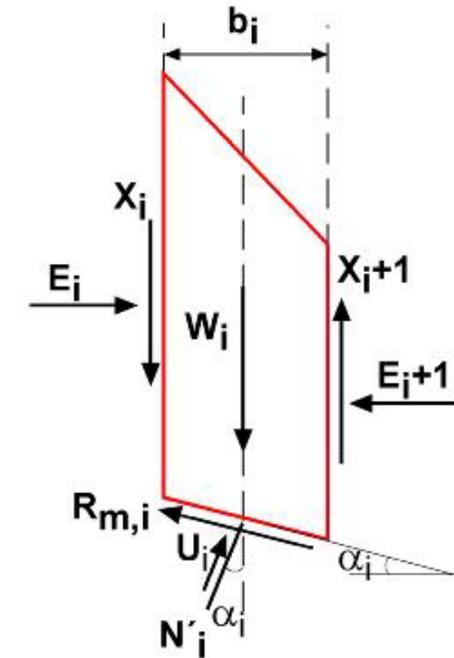
Método de Fellenius o “convencional”

$$r_u = \frac{u}{\gamma h} \quad U = u \cdot l = \frac{u \cdot b}{\cos \alpha} \Rightarrow r_u = \frac{U \cos \alpha}{b} \cdot \frac{b}{W} = \frac{U}{W \cdot \sec \alpha}$$

$$W = \gamma \cdot b \cdot h$$

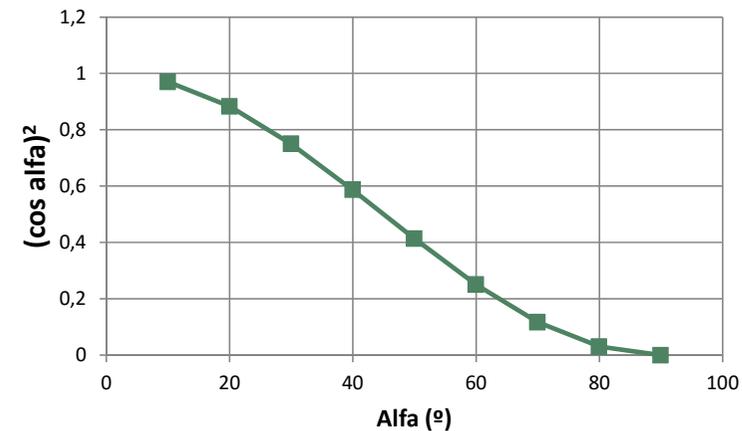
$$N' = N - U = W \cos \alpha - U \quad \{X_i = E_i = 0; \forall i\}$$

$$N' = W(\cos \alpha - r_u \sec \alpha) = W \cdot \sec \alpha (\cos^2 \alpha - r_u)$$



Si $r_u > \cos^2 \alpha$, $N' < 0$ (el efecto de u es muy grande, e irreal).

$r_u = 0,4$ y $\alpha = 51^\circ$; $N' = 0$ (ejemplo)



Método de Bishop simplificado (1954).

1.- Criterio de rotura y resistencia movilizada, como Fellenius.

$$R_{m,i} = \frac{c'_i \cdot l_i}{F} + N'_i \cdot \frac{\tan \phi'_i}{F}$$

2.- Equilibrio de momentos, como Fellenius.

$$\sum_1^n W_i \cdot x_i = \sum_1^n R_{m,i} \cdot R$$

$$F = \frac{\sum_1^n [c'_i \cdot l_i + (N_i - u_i \cdot l_i) \tan \phi'_i]}{\sum_1^n W_i \cdot \text{sen} \alpha_i}.$$

Método de Bishop simplificado.

3.- Para determinar N_i , Bishop eligió el equilibrio de fuerzas en vertical:

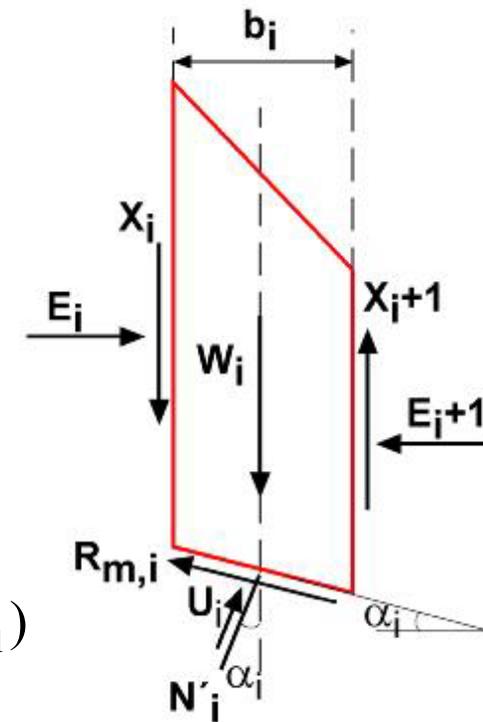
$$(N'_i + U_i) \cdot \cos \alpha_i + R_{m,i} \cdot \text{sen} \alpha_i = W_i + (X_i - X_{i+1})$$

Aparece $R_{m,i}$, de forma que introduciendo su expresión:

$$(N'_i + U_i) \cdot \cos \alpha_i + \frac{1}{F} [c'_i \cdot l_i + N'_i \cdot \tan \phi'_i] \text{sen} \alpha_i = W_i + (X_i - X_{i+1})$$

Despejando N'_i :

$$N'_i = N_i - u_i \cdot l_i = \frac{W_i + (X_i - X_{i+1}) - l_i \left[u_i \cdot \cos \alpha_i + \frac{c'_i}{F_m} \cdot \text{sen} \alpha_i \right]}{\cos \alpha_i + \frac{\tan \phi'_i}{F_m} \cdot \text{sen} \alpha_i}$$



Método de Bishop simplificado.

Llamando ahora $\Delta T_i = X_i - X_{i+1}$, recordando que $b_i = l_i \cdot \cos \alpha_i$ y sustituyendo:

$$F = \frac{\sum_1^n \left\{ [c'_i \cdot b_i + (W_i + \Delta T_i - u_i \cdot b_i) \cdot \tan \phi'_i] \cdot \frac{\sec \alpha_i}{1 + \frac{\tan \phi'_i \cdot \tan \alpha_i}{F}} \right\}}{\sum_1^n W_i \cdot \text{sen} \alpha_i}$$

Nótese que aparece el factor de seguridad dentro del sumatorio, lo que obliga a iterar. (A Fellenius no le ocurría porque en su ecuación de equilibrio no aparecía $R_{m,i}$).

Nótese que aparecen las fuerzas entre rebanadas, X_i , desconocidas. Ya no aparecen las E_i , por la dirección elegida para el equilibrio.

Método de Bishop simplificado.

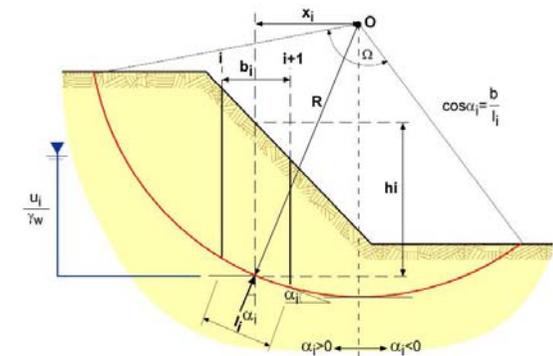
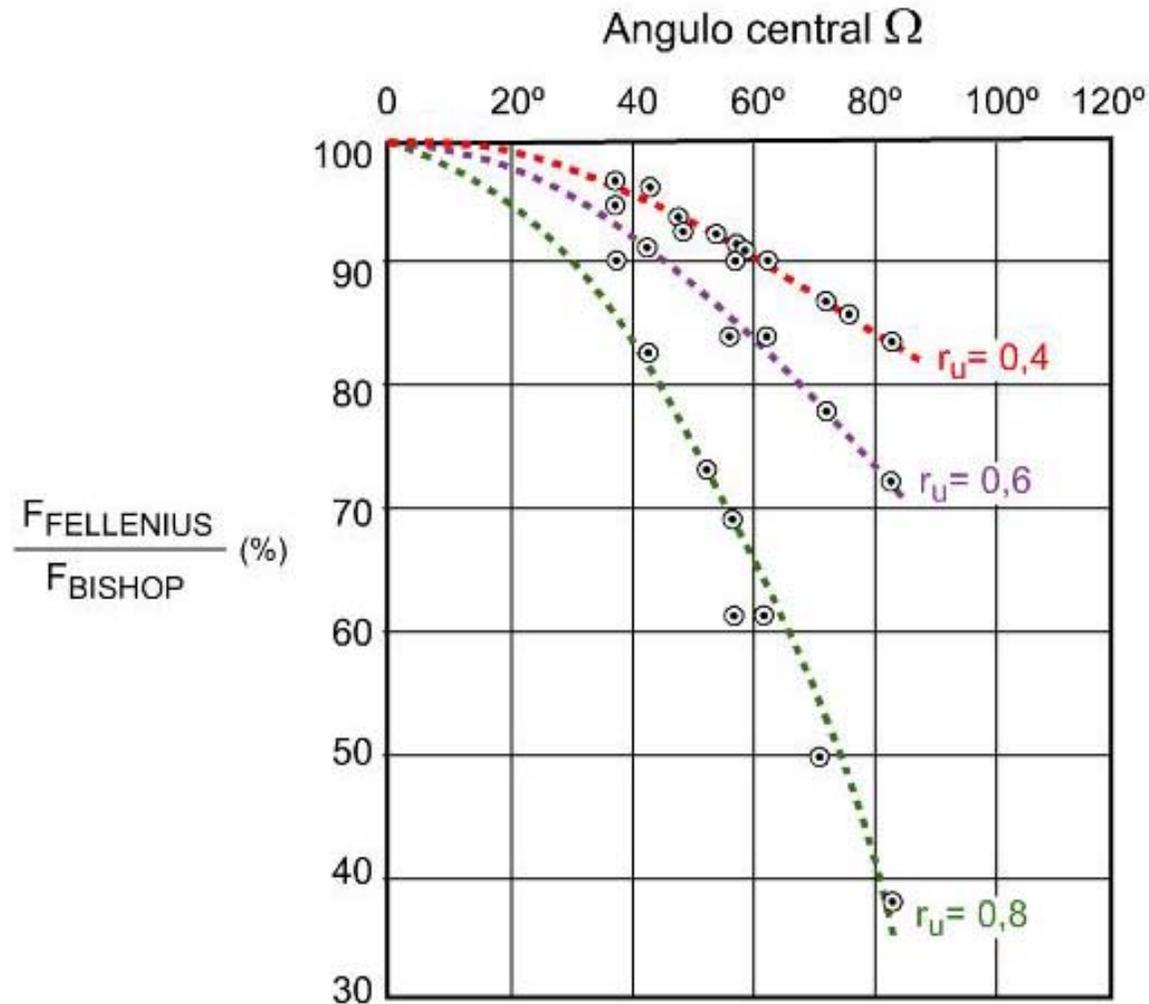
Bishop decidió realizar la hipótesis simplificadora de que: $\forall i; X_i = 0$

$$F = \frac{\sum_1^n \left\{ [c'_i \cdot b_i + (W_i - u_i \cdot b_i) \cdot \tan \phi'_i] \cdot \frac{\sec \alpha_i}{1 + \frac{\tan \phi'_i \cdot \tan \alpha_i}{F}} \right\}}{\sum_1^n W_i \cdot \text{sen} \alpha_i}$$

Parámetro	Nº de hipótesis
Punto de aplicación de N'_i	n
Fuerzas tangenciales entre rebanadas X_i	n-1
SUMA	2n-1

- 1 hipótesis más de las necesarias.
- Requiere iterar (Convergencia).
- Mejora F para ángulos centrales grandes y presión intersticial elevada.

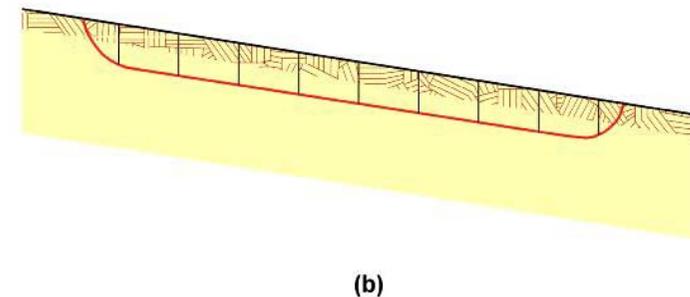
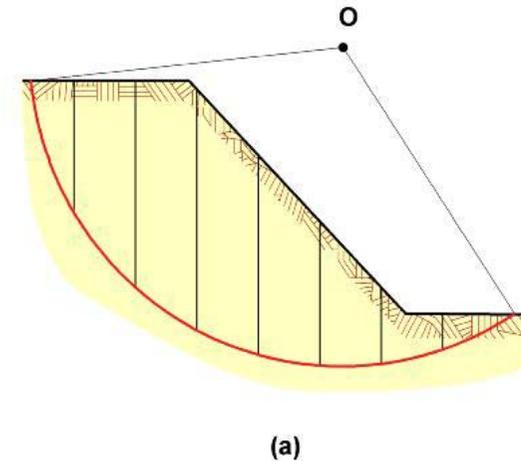
Método de Bishop simplificado.



Método de Janbu simplificado (1955).

En los métodos de Fellenius y Bishop la condición fundamental a satisfacer es la de equilibrio de momentos. De hecho, en ninguno de los dos casos se satisface el equilibrio de fuerzas horizontales

Puestos a elegir, si se tiene que renunciar a una de las ecuaciones de equilibrio, la propuesta anterior resulta intuitivamente razonable en el caso de mecanismos de rotura marcadamente rotacionales. Sin embargo, existen otras situaciones y mecanismos de rotura en los que, también intuitivamente, el equilibrio en la horizontal parece más relevante. Este sería el caso, por ejemplo, de deslizamientos marcadamente traslacionales.



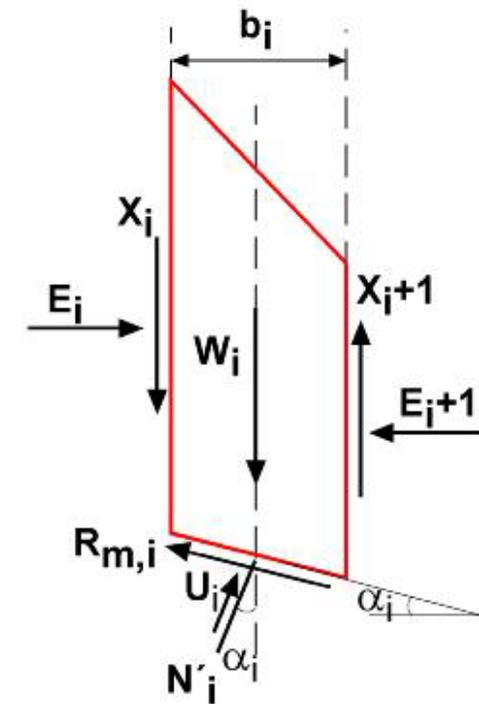
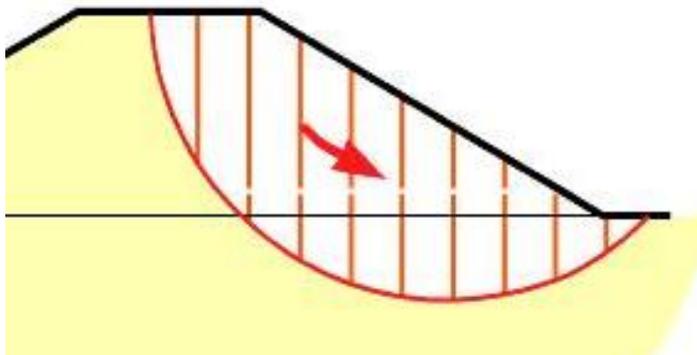
Método de Janbu simplificado.

1.- Criterio de rotura y resistencia movilizada, como Fellenius.

$$R_{m,i} = \frac{c'_i}{F} \cdot l_i + N'_i \cdot \frac{\tan \phi'_i}{F}$$

2.- Equilibrio de fuerzas horizontales.

$$\sum_1^n N_i \cdot \text{sen} \alpha_i = \sum_1^n R_{m,i} \cdot \text{cos} \alpha_i$$



Método de Janbu simplificado.

Aparece $R_{m,i}$, de forma que introduciendo su expresión:

$$\sum_1^n N_i \cdot \text{sen} \alpha_i = \sum_1^n \left[\frac{c'_i \cdot l_i}{F} + (N_i - U_i) \cdot \frac{\tan \phi'_i}{F} \right] \cdot \text{cos} \alpha_i$$

F es constante y puede salir del sumatorio, con lo que:

$$F = \frac{\sum_1^n [c'_i \cdot l_i + (N_i - U_i) \cdot \tan \phi'_i] \cdot \text{cos} \alpha_i}{\sum_1^n N_i \cdot \text{sen} \alpha_i}$$

Método de Janbu simplificado.

3.- Para determinar N_i , Janbu eligió el equilibrio de fuerzas en vertical, igual que Bishop:

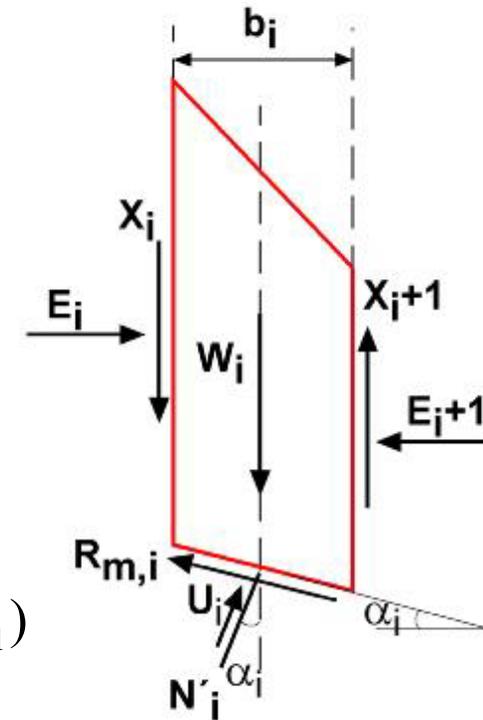
$$(N'_i + U_i) \cdot \cos \alpha_i + R_{m,i} \cdot \text{sen} \alpha_i = W_i + (X_i - X_{i+1})$$

Aparece $R_{m,i}$, de forma que introduciendo su expresión:

$$(N'_i + U_i) \cdot \cos \alpha_i + \frac{1}{F} [c'_i \cdot l_i + N'_i \cdot \tan \phi'_i] \cdot \text{sen} \alpha_i = W_i + (X_i - X_{i+1})$$

Despejando N'_i :

$$N'_i = N_i - u_i \cdot l_i = \frac{W_i + (X_i - X_{i+1}) - l_i \left[u_i \cdot \cos \alpha_i + \frac{c'_i}{F} \cdot \text{sen} \alpha_i \right]}{\cos \alpha_i + \frac{\tan \phi'_i}{F} \cdot \text{sen} \alpha_i}$$



Método de Janbu simplificado.

Como en el caso de Bishop, aparecen las fuerzas entre rebanadas, X_i .
Suponiendo que son nulas y recordando que $b_i = l_i \cdot \cos \alpha_i$:

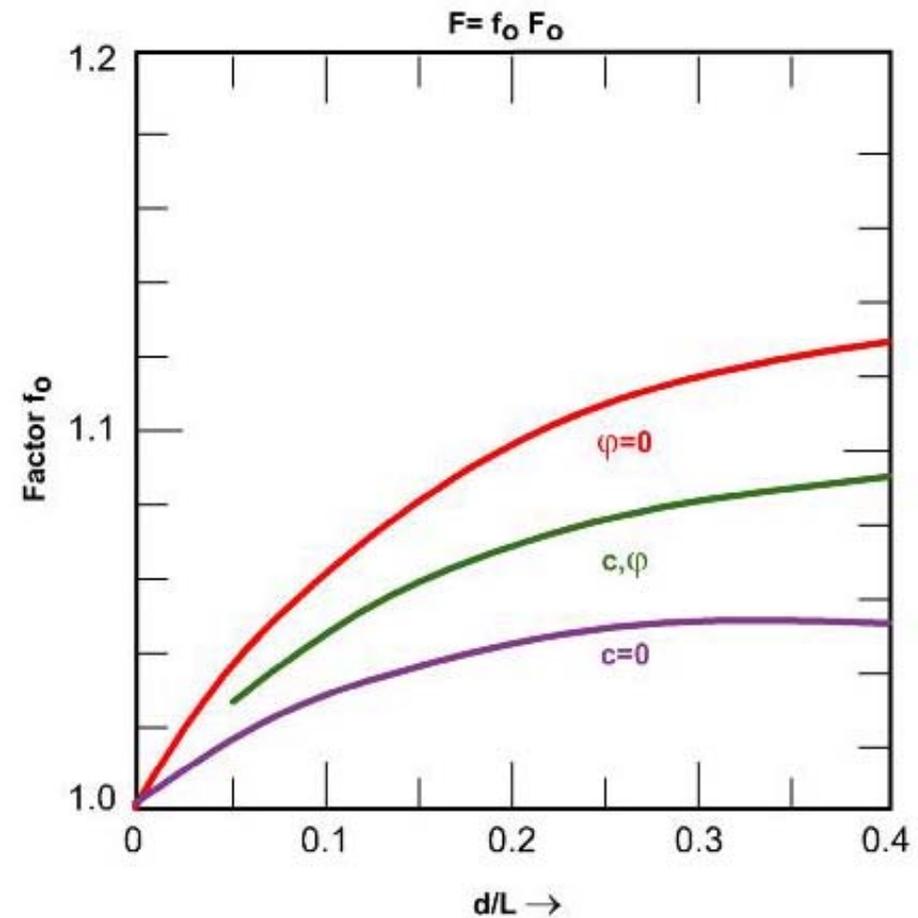
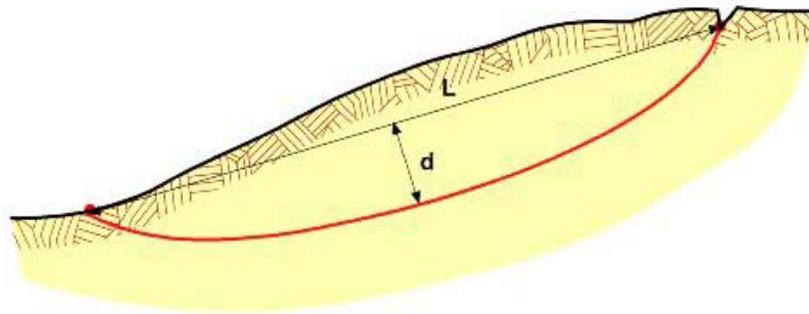
$$F = \frac{\sum_1^n \left\{ [c'_i \cdot b_i + (W_i - u_i \cdot b_i) \cdot \tan \phi'_i] \cdot \frac{1}{n_{\alpha_i}} \right\}}{\sum_1^n W_i \cdot \tan \alpha_i} \quad n_{\alpha} = \cos^2 \alpha_i \cdot \left(1 + \tan \alpha_i \cdot \frac{\tan \phi'_i}{F} \right)$$

Parámetro	Nº de hipótesis
Punto de aplicación de N'_i	n
Fuerzas tangenciales entre rebanadas X_i	n-1
SUMA	2n-1

- 1 hipótesis más de las necesarias.
- Requiere iterar (Convergencia).
- Resulta conservador. Janbu (1973) propone un coeficiente de ajuste.

Método de Janbu simplificado.

Janbu (1973). Corrección.



Conceptos básicos.

Se denominan así los que cumplen todas las ecuaciones de equilibrio.

Se puede considerar cualquier forma en la superficie de rotura.

Con el fin de explicar conceptualmente este tipo de métodos, se supondrá para simplificar que la superficie de deslizamiento considerada es circular.

Como en los demás métodos de rebanadas, se supone que N' actúa en el punto de medio de la rebanada.

Conceptos básicos.

1.- Equilibrio de momentos (como Bishop):

$$F_m = \frac{R}{\sum_1^n W_i \cdot x_i} \cdot \sum_1^n [c'_i \cdot l_i + (N_i - u_i \cdot l_i) \tan \phi'_i]$$

2.- Equilibrio de fuerzas horizontales (como Janbu):

$$F_f = \frac{\sum_1^n [c'_i \cdot l_i + (N_i - u_i \cdot l_i) \cdot \tan \phi'_i] \cdot \cos \alpha_i}{\sum_1^n N_i \cdot \sin \alpha_i}$$

3.- N'_i se determina por equilibrio de fuerzas verticales en las rebanadas (como Bishop & Janbu):

$$N'_i = N_i - u_i \cdot l_i = \frac{W_i + (X_i - X_{i+1}) - l_i \left[u_i \cdot \cos \alpha_i + \frac{c'_i}{F} \cdot \sin \alpha_i \right]}{\cos \alpha_i + \frac{\tan \phi'_i}{F} \cdot \sin \alpha_i}$$

4.- F en la ecuación anterior será F_m o F_f dependiendo de si se considera equilibrio de momentos o de fuerzas horizontales.

5.- Se necesita realizar alguna hipótesis adicional sobre las fuerzas entre rebanadas, lo que da lugar a las diferencias entre métodos.

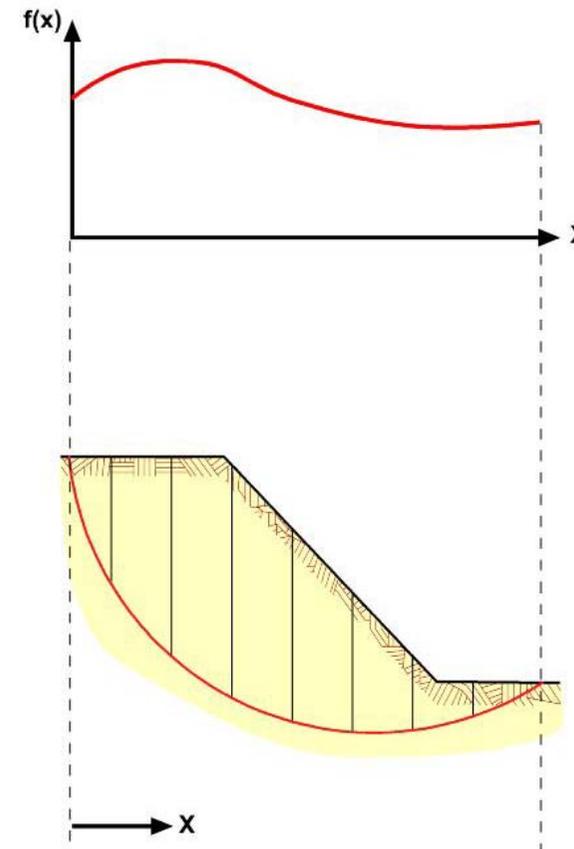
Morgenstern & Price (1965).

La relación entre las fuerzas entre rebanadas viene dada por la expresión:

$$\frac{X_i}{E_i} = \lambda \cdot f(x)$$

- $f(x)$ describe de alguna manera la forma en que X_i/E_i varía a lo largo del talud.
- λ ($0 < \lambda < 1$) es un factor de corrección a determinar (incógnita) para que se cumplan las condiciones de equilibrio horizontal y de momentos ($F_m = F_f$).

Parámetro	Nº de hipótesis
Punto de aplicación de N'_i	n
Relación X_i/E_i	n-1
SUMA	2n-1



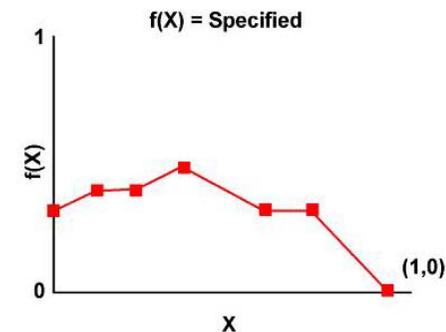
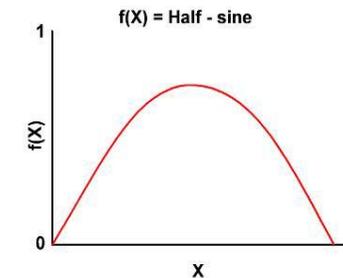
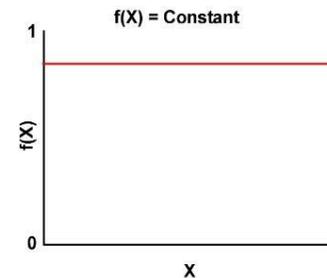
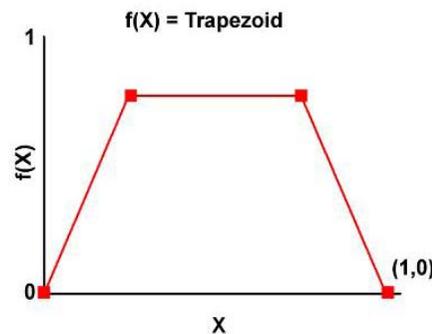
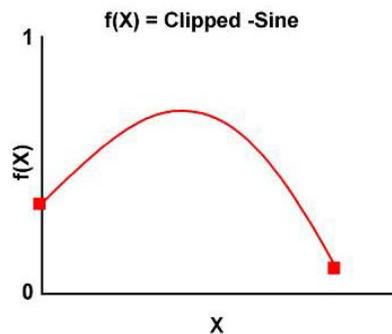
Una hipótesis más de las estrictamente necesarias ($2n-2$).

λ constituye una incógnita adicional a calcular para que se cumpla el equilibrio de fuerzas y momentos.

Morgenstern & Price (1965).

Morgenstern & Price (1965) señalan que la función $f(x)$ puede seleccionarse a partir del conocimiento aproximado de la distribución de las tensiones internas en el talud, o de su monitorización (se refieren al caso de presas).

En la práctica habitual suelen pre seleccionarse sin embargo algunas formas típicas para la función $f(x)$



Morgenstern & Price (1965).

En cualquier caso y afortunadamente, ya en su primera propuesta de 1965 Morgenstern & Price señalaban que los factores de seguridad obtenidos no suelen verse excesivamente afectados por el tipo de función elegida, lo que lógicamente resta relevancia a su selección, e incluso a lo razonable de las tensiones internas resultantes

Una vez resueltas las ecuaciones correspondientes y obtenida una solución, se puede realizar la comprobación de que los resultados son lógicos, es decir, que por ejemplo:

- Que las fuerzas X_i no exceden la máxima movilizable según el criterio de Mohr-Coulomb:

$$X_i < c' \cdot h_i + E'_i \cdot \tan \phi'$$

- Que los puntos de aplicación de las fuerzas E_i son lógicos (que al menos estén situados dentro de las caras de la rebanada).
- Que la distribución de fuerzas N'_i es razonable a lo largo de la línea de rotura (no se producen “picos” o cambios no lógicos).

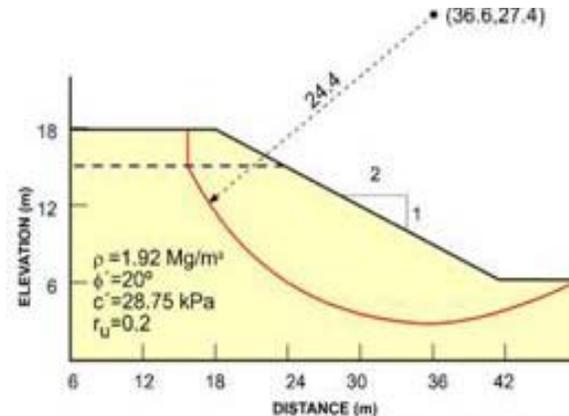
MÉTODOS DE REBANADAS. Rigurosos.

Método	Equilibrio de fuerzas		Equilibrio de momentos	Hipótesis
	1ª Dirección	2ª Dirección		
Fellenius	Sí	No	Sí	Se desprecian las fuerzas entre rebanadas
Bishop Simplificado	Sí	No	Sí	Las fuerzas entre rebanadas son horizontales ($X_i=0$)
Janbu Simplificado	Sí	Sí	No	Las fuerzas entre rebanadas son horizontales ($X_i=0$). Se añade un factor de corrección.
Janbu Generalizado	Sí	Sí	**	Se realizan hipótesis sobre el punto de aplicación de las fuerzas entre rebanadas (E_i)
Spencer	Sí	Sí	Sí	Inclinación constante de las fuerzas entre rebanadas ($X_i/E_i=cte$).
Morgenstern&Price	Sí	Sí	Sí	Las direcciones de las resultantes de las fuerzas entre rebanadas se definen mediante una función arbitraria $X_i/E_i=\lambda f(x)$, y se calcula λ para que $F_m=F_f$
GLE	Sí	Sí	Sí	Las direcciones de las resultantes de las fuerzas entre rebanadas se definen mediante una función arbitraria $X_i/E_i=\lambda f(x)$, y se calcula λ para que $F_m=F_f$
Corps of Engineers	Sí	Sí	No	Las direcciones de las resultantes de las fuerzas entre rebanadas se asumen paralelas a la superficie del talud o paralelas a la línea definida por los puntos de entrada y salida de la línea de deslizamiento en el terreno.
Lowe& Karafiath	Sí	Sí	No	Las direcciones de las resultantes de las fuerzas entre rebanadas se asumen paralelas a la media de las inclinaciones de la superficie del talud y las bases de cada rebanada.
Sarma	Sí	Sí	Sí	Se asume que se moviliza la resistencia al corte en las caras de todas las rebanadas.

Algunos ejemplos explicativos.

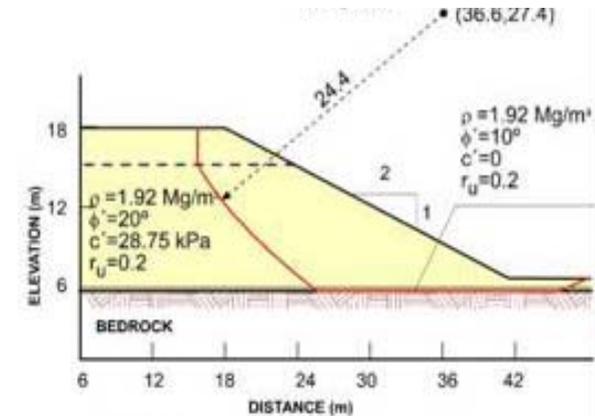
F_m es bastante “horizontal”, lo que indica su escasa dependencia del parámetro λ

F_f muestra una pendiente acusada, es decir, una considerable dependencia del valor de λ .

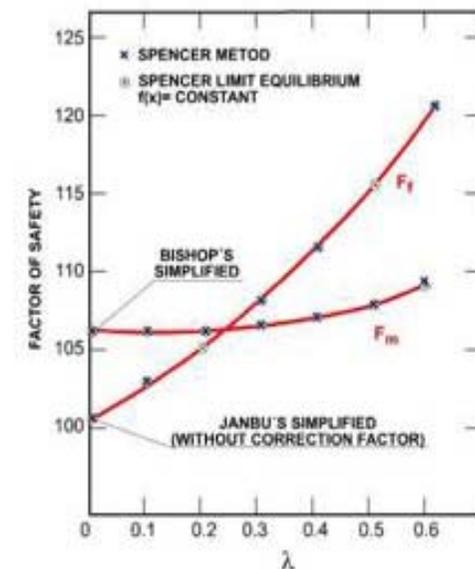
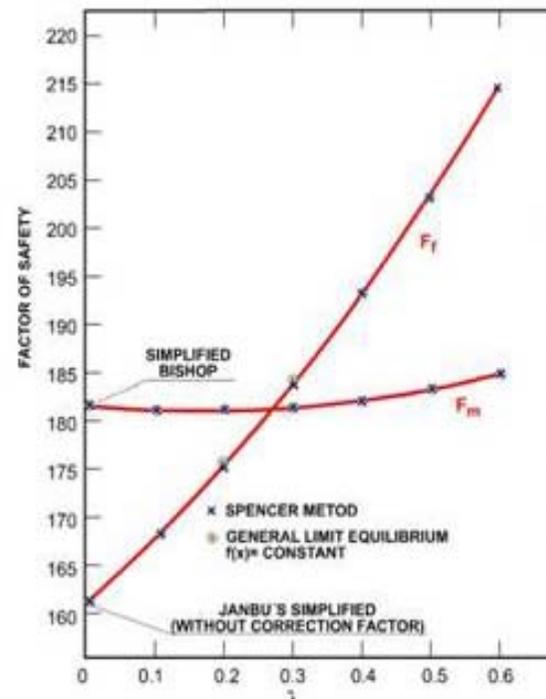


EXAMPLE PROBLEMS WITH CIRCULAR AND COMPOSITE SLIP SURFACES

(c)



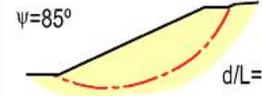
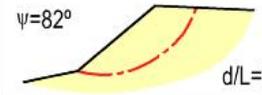
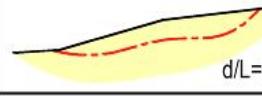
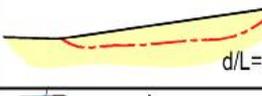
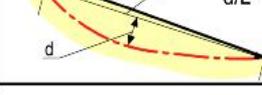
(d)



Algunos ejemplos explicativos.

Para ángulos centrales y presiones intersticiales discretas, el procedimiento convencional o de Fellenius sería probablemente suficientemente aproximado.

para las roturas más traslacionales, probablemente las más acordes con las ideas iniciales de Janbu, los coeficientes de seguridad de ambos métodos apenas difieren.

Land slide	Shape of cross-section	Factor of safety		
		F ₁	F ₂	F ₃
	(a) Circular	Conventional (P=Wcosα)		Bishop (Simplified)
Northolt	 ψ=64° d/L=0.14	0.94		1,0
Lodalen	 ψ=85° d/L=0.20	0.79		1,0
Drammen	 ψ=82° d/L=0.19	0.79		1,0
	(b) Non - circular	Conventional (P=Wcosα)	Janbu	Morgenstein & Price
Walton's Wood	 d/L=0.06	0.98	1.03	1,0
Guildford	 d/L=0.09	0.97	1.00	1,0
Sudbury Hill	 d/L=0.11	0.96	0.95	1,0
Folkestone Warren	 d/L=0.17	0.92	0.97	1,0

ψ=central angle of arc

shear parameters chosen to give F₃=1.0

(Skempton & Hutchinson 1969)

Algunas consideraciones sobre la realización de los cálculos, sus problemas y la validez de los resultados:

Superficies de deslizamiento con pendiente excesivamente pronunciada

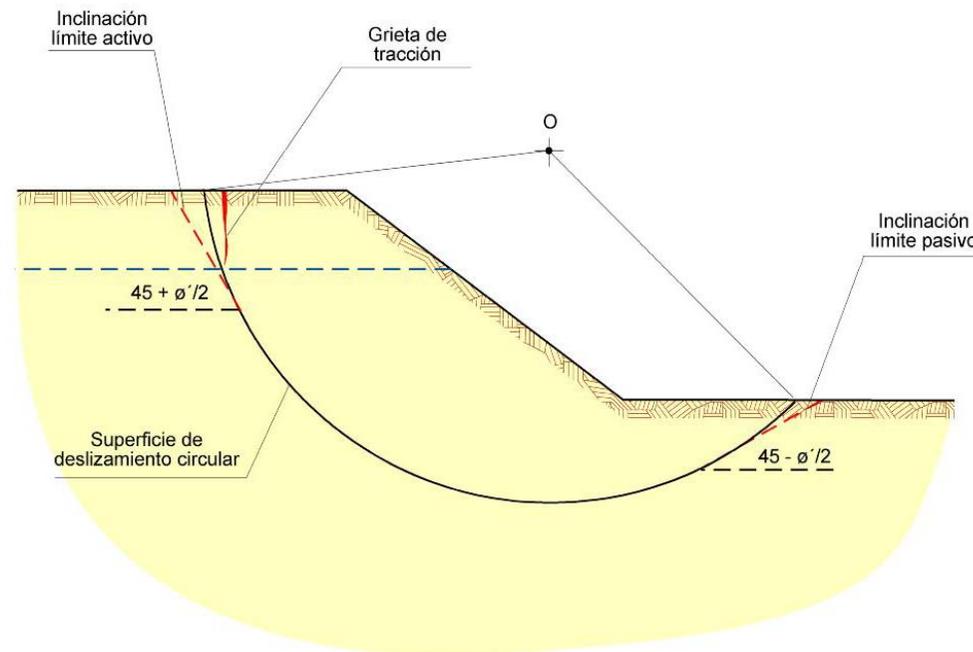
$$N'_i = N_i - u_i \cdot l_i = \frac{W_i + (X_i - X_{i+1}) - l_i \left[u_i \cdot \cos \alpha_i + \frac{c'_i}{F_m} \cdot \text{sen} \alpha_i \right]}{\cos \alpha_i + \frac{\tan \phi'_i}{F_m} \cdot \text{sen} \alpha_i}$$

El denominador puede tender a 0 o ser muy pequeño, bien cuando α_i es negativo y $\tan \phi' / F$ grande, bien cuando α_i es grande y $\tan \phi' / F$ pequeño

N'_i calculada en la rebanada resulta excesivamente elevada, y por lo tanto moviliza una gran resistencia al corte $R_{m,i}$, que puede aumentar de forma desproporcionada en el factor de seguridad.

Algunas consideraciones sobre la realización de los cálculos, sus problemas y la validez de los resultados:

Si el denominador se hace negativo, N resulta negativa y reduce el factor de seguridad.

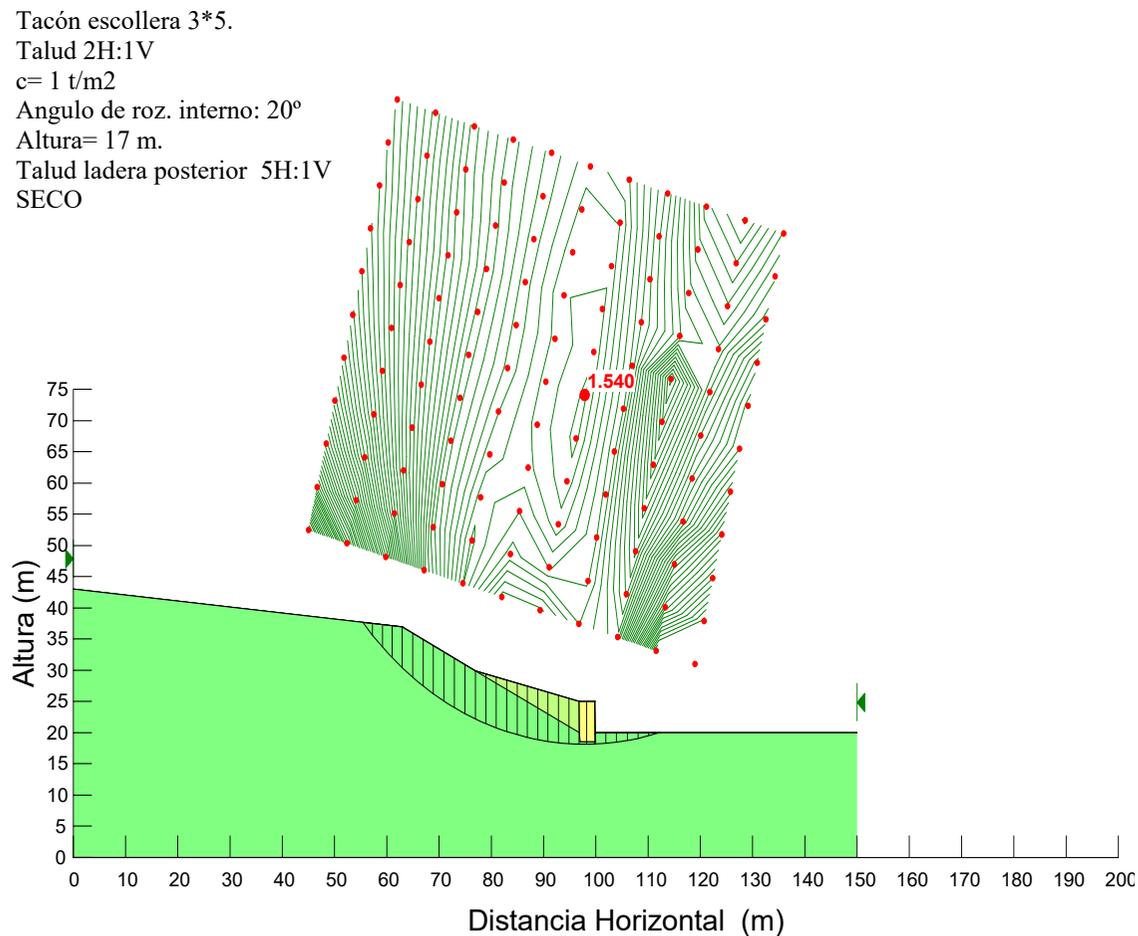


Terreno cohesivo en la coronación del talud

Existencia de capa especialmente débil

Algunas consideraciones sobre la realización de los cálculos, sus problemas y la validez de los resultados:

Validez geométrica de las superficies de deslizamiento utilizadas



COMENTARIOS FINALES

1.- La validez de los resultados depende directamente de la fiabilidad de las hipótesis geotécnicas (geología, condiciones del agua, selección de parámetros...). “Cuidado” con las correlaciones.

2.- Conviene conocer bien qué hace el programa empleado (comparación con casos conocidos y otros programas bien censados por la práctica).

3.- Estudiar casos complejos por “aproximaciones sucesivas”.

4.- Factores de seguridad. Dependencia de las normas e incluso de los métodos de cálculo. Ejemplo NAVFAC (DM-7.01).

$F \geq 1,50$ para situaciones permanentes

$F \geq 2,00$ para cimentaciones de estructuras

$F \geq 1,25$ ó $1,30$ para situaciones provisionales durante la construcción, siempre y cuando se apliquen medidas de control y seguimiento

$F \geq 1,15$ ó $1,20$ para situaciones de carga accidental, como el caso de sismo.